

**FELIPE GENEROSO MARTINS**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE DOIS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS À  
VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÃO RETANGULAR**

**FLORIANÓPOLIS**

**2016**

**FELIPE GENEROSO MARTINS**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE DOIS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS À  
VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÃO RETANGULAR**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao  
Departamento de Engenharia Civil da  
Universidade Federal de Santa Catarina como  
parte dos requisitos para a obtenção do título de  
Engenheiro Civil

Orientador: Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr.

**FLORIANÓPOLIS**

**2016**

**FELIPE GENEROSO MARTINS**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE DOIS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS À  
VIGAS DE CONCRETO ARMADO DE SEÇÃO RETANGULAR**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao  
Departamento de Engenharia Civil da  
Universidade Federal de Santa Catarina como  
parte dos requisitos para a obtenção do título  
de Engenheiro Civil

Orientador: Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr.

Florianópolis, 05 de dezembro de 2016



---

**Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr.**

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

**Prof. Ivo Jose Padaratz, Ph D.**

Universidade Federal de Santa Catarina

**Eng. André Ginklins Fróes da Cruz**

Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis

2016

*Dedico este trabalho à todos aqueles que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta trajetória.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Luiz Alves Martins e Maria Goreti Generoso Martins, por todo carinho, amor e dedicação na minha formação pessoal, e por sempre acreditarem no meu potencial mesmo em frente às decisões mais difíceis durante minha jornada até aqui.

A minha namorada, Tainara Tessaro, por toda compreensão, amor e confiança que tem por mim, pelo apoio nos momentos mais difíceis por mim enfrentados durante o percurso e por me motivar cada dia a ser uma pessoa melhor.

Ao meu orientador, Jano D'Araújo Coelho, por toda prestatividade e apoio no desenvolvimento deste trabalho, e também por ser uma pessoa inspiradora para mim.

Aos meus amigos e colegas de curso, que de alguma forma fizeram parte da minha história e contribuíram na minha formação acadêmica e pessoal.

A banca examinadora pela contribuição neste trabalho e por aceitarem fazer parte desta história.

A toda equipe do setor de desenvolvimento da AltoQi, com quem tive a oportunidade e o prazer de trabalhar durante meu período de estágio obrigatório, auxiliando também no desenvolvimento de uma das ferramentas utilizadas neste trabalho.

Por fim, a Deus, por todas as oportunidades colocadas na minha vida e por me fazer, juntamente com todo meu esforço e dedicação, chegar até aqui e me dar forças para ir além do que hoje eu posso imaginar.

*“Quando desistir não é uma opção, o sucesso é inevitável.”*

*(Autor Desconhecido)*

## RESUMO

O presente trabalho buscou abordar de forma prática os conceitos de otimização e sua aplicação em vigas retangulares de concreto armado biapoiadas e sujeitas à flexão simples. Foram utilizados como ferramentas de otimização o Search Group Algorithm (SGA), um algoritmo meta heurístico de otimização estrutural, e o AltoQi Eberick, um reconhecido software comercial na concepção de projetos de concreto armado. Foram obtidos em ambas as ferramentas, resultados de seções transversais mais econômicas para diferentes problemas de otimização local de vigas, formulados pelo autor. A partir desses resultados, foi realizada uma análise comportamental da altura ótima das vigas e seu custo final em função da mutação de determinados fatores, tais como o comprimento do vão livre da viga, a classe do concreto utilizado e a variação da carga acidental fixa aplicada. Foi então observada a partir desta análise, a não existência de uma linearidade ou regra no encontro de resultados otimizados, independente da ferramenta de otimização utilizada, mas que os resultados seguem certas tendências para cada particularidade. Desta maneira, buscou-se aprimorar a percepção do leitor quanto à atuação das diferentes variáveis envolvidas neste processo e seu impacto na economia de um projeto.

**Palavras-chave:** otimização, viga, concreto armado, Eberick, SGA.

## **ABSTRACT**

This project attempted to explain in practical way the optimization concept and its application in rectangular beams of reinforced concrete subjected to simple bending. There were used as optimization tools the Search Group Algorithm, a meta-heuristic algorithm applied to structural optimization, and the AltoQi Eberick, a renowned commercial software applied in reinforced concrete structure projects. In both tools were found the most economical transversal sections from different local beam optimization problems, formulated by the author. From these results, the optimum depth and the total costs of the beams were analyzed in function of certain factors as the beam's length, the concrete's class, and the accidental load applied in the beam. It was observed from this analysis, the non-existence of linearity or rule for optimized results, for both tools, but that the results follow certain tendencies for each particularity. Therefore, the main aim was to improve the reader's perception regarding the performance of the different variables involved in this process and its impact on the economics of a project.

**Key-words:** optimization, beam, reinforced concrete, Eberick, SGA.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Viga submetida à flexão simples .....	25
Figura 2 - Viga biapoiada e diagramas de esforços solicitantes.....	26
Figura 3 - Comportamento resistente de uma viga biapoiada. ....	27
Figura 4 - Trajetória das tensões principais de uma viga biapoiada no estágio I sob carregamento uniformemente distribuído.....	29
Figura 5- Vínculo simples ou deslizante. ....	30
Figura 6 - Vínculo duplo ou rotulado. ....	30
Figura 7- Vínculo triplo ou engastado.....	30
Figura 8 - Viga simplesmente biapoiada .....	31
Figura 9 - Dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo das vigas.....	31
Figura 10 - Seção transversal da viga.....	33
Figura 11 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	35
Figura 12 - Disposição da armadura de pele. ....	36
Figura 13 - Espaçamentos livres mínimos entre as faces das barras de aço longitudinais.....	38
Figura 14 - Valores do coeficiente $\alpha$ . ....	41
Figura 15 - Resumo do processo de otimização utilizando o SGA.....	50
Figura 16 - Diálogo de avaliação das seções da viga do software Eberick.....	52
Figura 17 - Relatório de avaliação das seções da viga. ....	53
Figura 18 - Diálogo "Aplicar otimizações" do software Eberick. ....	55
Figura 19 - Relatório de otimização de vigas. ....	56
Figura 20 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no SGA. ....	61
Figura 21 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no Eberick. ....	62
Figura 22 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação $f_{ck}$ do concreto no SGA. ....	64
Figura 23 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação $f_{ck}$ do concreto no Eberick. ....	65
Figura 24 - Gráfico dos resultados de custo da otimização da altura em função da variação $f_{ck}$ do concreto e da carga acidental aplicada na viga usando o SGA. ....	66
Figura 25 - Gráfico dos resultados de custo da otimização da altura da viga em função da variação $f_{ck}$ do concreto e da carga acidental aplicada usando o Eberick. ....	67
Figura 26 - Diálogo "Avaliar seções" do software Eberick.....	68

Figura 27 - Gráfico da composição de custos da viga após otimização simultânea de largura e altura utilizando o SGA .....	69
Figura 28 - Gráfico da composição de custos da viga após otimização simultânea de largura e altura utilizando o Eberick.....	70

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas .....	37
Tabela 2 - Valores do coeficiente $\xi$ em função do tempo.....	42
Tabela 3 - Tabela de custos do aço.....	57
Tabela 4 - Tabela de custos do concreto.....	57
Tabela 5 - Tabela de custos da forma. ....	57
Tabela 6 - Dados para os problemas de otimização da altura da viga.....	58
Tabela 7 - Dados para problema de otimização simultânea de altura e largura da viga .....	59
Tabela 8 - Resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no SGA. ....	61
Tabela 9 - Resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no Eberick.....	62
Tabela 10 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto no SGA. ....	63
Tabela 11 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto no Eberick.....	64
Tabela 12 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto e da carga accidental aplicada na viga usando o SGA.....	66
Tabela 13 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto e da carga accidental aplicada na viga usando o Eberick. ....	67
Tabela 14 - Resultados da otimização simultânea de largura e altura da viga utilizando o SGA .....	69
Tabela 15 - Resultados da otimização simultânea de largura e altura da viga utilizando o Eberick.....	70

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\ell_{ef}$	- vão efetivo da viga
$\$A$	- custo unitário do aço
$\$c$	- custo unitário do concreto
$\$F$	- custo unitário da concreto
$(EI)_{eq}$	- rigidez equivalente
$A_F$	- área de forma
$a_h$	- espaçamento horizontal entre as barras longitudinais
$A_s$	- área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
$A_s'$	- área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão
$A_{s,ef}$	- área efetiva da seção transversal da armadura longitudinal de tração
$A_{st}$	- área total de aço longitudinal
$A_{sw}$	- área de aço da armadura transversal
$A_{sw,ef}$	- área de aço da armadura transversal efetiva
$A_{sw,min}$	- área de aço da armadura transversal mínima
$a_v$	- espaçamento vertical entre as barras longitudinais
$b_w$	- largura da alma da viga
$c$	- Cobrimento
$d$	- altura útil
$e$	- Distância
$E_{ci}$	- módulo de elasticidade tangente do concreto
$E_{cs}$	- módulo de elasticidade secante do concreto
$E_s$	- módulo de elasticidade do concreto
$f_{cd}$	- resistência de cálculo do concreto
$f_{ck}$	- resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct}$	- resistência à tração direta do concreto
$f_{ctk,inf}$	- resistência característica inferior do concreto à tração
$f_{ctk,sup}$	- resistência característica superior do concreto à tração
$f_{ctm}$	- resistência média à tração do concreto
$F_d$	- valor de cálculo das ações para combinação última
$F_{d,ser}$	- valor de cálculo das ações para combinações de serviço
$F_{g,k}$	- valor característico das ações permanentes diretas
$f_i$	flecha imediata
$F_{q,k}$	- valor característico das ações variáveis diretas
$f_t$	- flecha total
$f_{yd}$	- resistência de cálculo do aço
$f_{yk}$	- resistência característica de escoamento do aço
$g$	- carga permanente

$h$	- altura da seção transversal da viga
$I_c$	- momento de inércia da seção bruta de concreto
$I_{II}$	- momento de inércia no estágio II
$k$	- número da iteração atual
$\ell_0$	- vão livre da viga
$l_{inf}$	- limite inferior da função objetivo
$l_{sup}$	- limite superior da função objetivo
$M_a$	- momento fletor na seção crítica do vão considerado
$M_d$	- momento fletor de cálculo
$M_{d,max}$	- momento fletor máximo de cálculo
$M_{d,min}$	- momento fletor mínimo de cálculo
$M_{d,ser}$	- momento fletor solicitante de cálculo ou de serviço
$M_{gk}$	- momento devido às cargas permanentes
$M_k$	- momento fletor de serviço
$M_{qk}$	- momento devido às cargas acidentais
$M_r$	- momento de fissuração do elemento estrutural
$n$	- número de ramos de estribos
$n_{interg}$	- número de iterações da fase global
$n_{interl}$	- número de iterações da fase local
$Peso_A$	- peso de aço
$q$	- carga acidental
$r_{min}$	- valor residual de aleatoriedade
$s$	- espaçamento dos estribos
$t$	- comprimento do apoio paralelo ao vão da viga analisada
	- Tempo
	- parâmetro que define o quão longe o novo indivíduo pode ser gerado
$V_{d,eixo}$	- esforço cortante máximo de cálculo
$V_k$	- esforço cortante de serviço
$Vol_c$	- volume de concreto
$V_{Rd2}$	- força cortante resistente de cálculo
$V_{sd}$	- força cortante solicitante de cálculo
$V_{sw}$	- esforço cortante a ser absorvido pela armadura transversal
$W_0$	- módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada
$x$	- posição da linha neutra
	- membro do atual grupo de busca
$x_I$	- linha neutra no estágio I
$x_{II}$	- linha neutra no estágio II
$x^{mut}$	- novo membro proveniente da mutação

$x^{\text{novo}}$	- nova família gerada
$y_t$	- distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
$\alpha$	- coeficiente que depende das condições de apoio e carregamento - parâmetro de define o tamanho da perturbação gerada - valor de aleatoriedade atualizado
$\alpha_0$	- valor da aleatoriedade inicial
$\alpha_e$	- razão modular
$\alpha_f$	- fator multiplicador para o cálculo da flecha diferida
$\alpha_{\min}$	- valor de aleatoriedade mínimo
$B$	- parâmetro redutor da aleatoriedade
$\gamma_c$	- coeficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_f$	- coeficiente de ponderação das ações
$\varepsilon$	- deformação específica - variável aleatória conveniente para geração do novo membro de mutação
$\varepsilon_c$	- deformação específica do concreto
$\varepsilon_p$	- deformação específica do aço da armadura ativa
$\varepsilon_s$	- deformação específica do aço da armadura passiva
$\xi$	- coeficiente em função do tempo
$\rho$	- peso específico do aço
$\rho'$	- taxa de armadura de compressão
$\rho_{\min}$	- taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de vigas e pilares
$\Sigma$	- desvio padrão das coordenadas dos membros do grupo de otimização
$\Phi$	- diâmetro das barras da armadura
$\phi_\ell$	- diâmetro das barras de armadura longitudinal de peça estrutural
$\phi_t$	- diâmetro das barras de armadura transversal
$\psi_1$	- fator de redução de combinação frequente para ELS
$\psi_2$	- fator de redução de combinação quase permanente para ELS

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	17
1.2	MOTIVAÇÃO .....	17
1.3	OBJETIVO .....	17
1.3.1	Objetivo Geral .....	17
1.3.2	Objetivos Específicos .....	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
2.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	19
3	OTIMIZAÇÃO .....	22
3.1	DEFINIÇÃO .....	22
3.2	PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO .....	22
3.2.1	Função objetivo:.....	22
3.2.2	Variáveis de projeto .....	23
3.2.3	Restrições .....	23
4	VIGAS DE CONCRETO ARMADO.....	25
4.1	Definição de viga .....	25
4.2	Comportamento resistente de vigas de concreto armado sujeitas à flexão simples.....	25
4.3	Metodologia de cálculo de vigas retangulares de concreto armado submetidas à flexão simples .....	29
5	FERRAMENTAS DE OTIMIZAÇÃO DA VIGA.....	46
5.1	SEARCH GROUP ALGORITHM .....	46
5.1.1	Introdução.....	46
5.1.2	População inicial .....	46
5.1.3	Geração do grupo de busca .....	47
5.1.4	Mutação do grupo de busca.....	47
5.1.5	Processo iterativo global .....	47
5.1.6	Processo iterativo local.....	48

5.1.7 Resumo do processo .....	49
5.2 EBERICK .....	50
5.2.1 Introdução.....	50
5.2.2 Avaliar seções da viga.....	51
5.2.3 Aplicar otimização .....	54
6 CUSTO DOS MATERIAIS.....	57
7 FORMULAÇÃO DE PROBLEMA PARA ESTUDO.....	58
8 RESULTADOS E ANÁLISE .....	60
8.1 Considerações iniciais .....	60
8.2 Relação vão da viga x altura ótima.....	60
8.3 Relação $f_{ck}$ do concreto x altura ótima .....	63
8.4 Relação carga aplicada x $f_{ck}$ do concreto.....	65
8.5 Otimização simultânea de altura e largura da viga.....	68
CONCLUSÃO.....	72
REFERÊNCIAS .....	73
APÊNDICE A – ROTINAS COMPUTACIONAIS: FUNÇÃO OBJETIVO.....	76
APÊNDICE B – ROTINAS COMPUTACIONAIS: SGA .....	82



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde a antiguidade o homem já buscava construir suas pontes, casas, templos e monumentos. E através de erros, ou mesmo de forma a apostar no superdimensionamento de suas estruturas, a humanidade criou obras que se perpetuam por milhares de anos desde sua concepção. Mas apesar de seguras, muitas dessas estruturas envolveram um alto custo, algo além do necessário para prover a segurança desejada.

Portanto, a Engenharia, através de inúmeros estudos e aplicações práticas, foi desempenhando ao longo do tempo um papel fundamental na busca pelo equilíbrio entre a segurança e um nível satisfatório de despesas para o projeto, de modo a otimizar o custo benefício de suas obras e transmitir confiança a quem delas usufruir.

E a partir disso, este trabalho buscará apresentar de forma clara e objetiva, um estudo comparativo da otimização dimensional de vigas retangulares de concreto armado entre o algoritmo SGA (*Search Algorithm Group*), um algoritmo meta heurístico que pode ser utilizado como ferramenta para a otimização de vigas de concreto armado, e os algoritmos de cálculo e otimização de vigas de concreto armado do AltoQi Eberick, um dos mais modernos softwares comerciais para cálculo de estruturas de engenharia disponíveis hoje no mercado. E a partir desse estudo, buscar as soluções apresentadas por cada método em diferentes situações, de modo a transmitir confiabilidade e a certeza de um custo reduzido ao engenheiro, principalmente àqueles menos experientes, que irão a partir dessas ferramentas pular etapas que anteriormente englobavam um elevado consumo de tempo e recursos.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

A principal motivação deste projeto é a oportunidade de através de estudos aprofundados sobre a otimização de vigas de concreto armado, adquirir um conhecimento que usualmente leva muitas etapas para ser atingido durante a vida profissional. Conhecimento este, cada vez mais exigido no mercado, e que por meio de ferramentas computacionais e sensibilidade do engenheiro, garante um melhor desempenho das vigas de concreto armado na concepção de projetos estruturais.

## 1.3 OBJETIVO

### 1.3.1 *Objetivo Geral*

Fazer um estudo dos resultados de otimização de vigas de concreto armado utilizando o algoritmo SGA (*Search Algorithm Group*) e o software AltoQi Eberick.

### ***1.3.2 Objetivos Específicos***

Como objetivos específicos encontram-se:

- i. A problematização da otimização de vigas de concreto armado em projetos estruturais;
- ii. Apresentação dos métodos de otimização utilizados no trabalho e seu funcionamento;
- iii. Definição e proposta de problemas de vigas retangulares biapoiadas de concreto armado para posterior estudo de otimização;
- iv. Aplicação da otimização nas vigas propostas utilizando o SGA e o AltoQi Eberick e seu comportamento perante variações de  $f_{ck}$  do concreto, vão da viga e carga distribuída aplicada;
- v. Estudo comparativo dos resultados obtidos e seu impacto no custo do projeto.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Arora (2004), o projeto de um sistema pode ser formulado como um problema de otimização, no qual uma medida de performance é otimizada ao mesmo tempo em que todos os outros requerimentos são satisfeitos. Assim sendo, pode-se considerar que qualquer problema, em que certos parâmetros precisem ser determinados a fim de satisfazer certas restrições, é um problema de otimização. Por esta razão, as técnicas de otimização são basicamente gerais e com alta amplitude de aplicabilidade nas mais diversas áreas.

De acordo com Lopez e Miguel (2013), normalmente o projetista de engenharia, baseado nas normas técnicas disponíveis, intuição e experiência, busca os melhores resultados para o seu projeto. E esse é um processo de evolução lenta, repleto de sucessivas tentativas e onde erros são muito comuns. Por essa razão, as técnicas de otimização se mostram mais atraentes pela sistematização dos problemas através de alguma metodologia, onde é possível buscar a melhor solução dentre as mais diversas possíveis. Deste modo, ainda segundo os autores, podem-se definir como os principais objetivos da otimização estrutural o encontro do menor custo possível no projeto de uma estrutura, de forma a satisfazer seus estados limites, e por último, o objetivo de diminuir, ou mesmo eliminar, a dependência da experiência do projetista para a realização de projetos estruturais otimizados.

### 2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Heyman (1956), foi considerado o precursor pela dedicação em pesquisas de otimização de estruturas de concreto armado, utilizando como ferramenta a programação linear na busca por resultados com o mínimo consumo de materiais em estruturas no regime plástico. Logo em seguida, na década de 60, L.A Schimit (apud BASTOS, 2004) destacou-se pelo seu trabalho de otimização utilizando técnicas de programação não lineares aplicados a projetos estruturais.

Porém, Friel (1974), foi quem publicou o primeiro trabalho de grande reconhecimento na comunidade de engenharia. Nesta publicação, o estudo de otimização de vigas retangulares de concreto armado propôs representar através de equações a função dos valores de custo da viga por metro linear, no qual era formada pelos custos de materiais envolvidos em sua construção, ou seja, os custos do concreto ( $\$/m^3$ ), custos de aço ( $\$/Kg$ ) e os custos de fôrmas ( $\$/m^2$ ), sendo adicionado ainda um quarto fator de custo indireto, relativo aos custos de dificuldade construtiva ligados à altura da estrutura. Então, a partir da definição da função objetivo do problema, foi utilizada como ferramenta para sua minimização o Método dos Multiplicadores de Lagrange. Sendo ainda que foram atribuídas como fatores limitadores as restrições de resistência a flexão indicadas pelo ACI (American Concrete Institute).

Como resultado, Friel chegou à conclusão de que os custos relativos às fôrmas e ao aumento da altura útil da viga, e consequentemente seu peso, não possuíam grande influência no custo final da estrutura. Conclusão esta, responsável por muitas críticas e controvérsias de estudiosos no assunto ao trabalho desenvolvido pelo autor.

Em 1976, Naaman (apud VIANNA, 2003) fez um estudo comparativo entre a otimização mediante o critério de mínimo custo e o critério de mínimo peso para vigas biapoiadas protendidas de seção retangular. Ele chegou à conclusão de que ambos produzem soluções similares quando a razão entre o custo do concreto ( $\$/m^3$ ) e o custo do aço de protensão é maior do que 100. Caso contrário, como é o caso da maioria das estruturas concebidas nos Estados Unidos, o critério de mínimo custo traz as melhores solução em termos de economia.

Spires e Arora (1990), discutem o aperfeiçoamento de estruturas altas tubulares em concreto armado com dupla simetria no plano de forma global, utilizando para isso um procedimento conhecido como programação sequencial quadrática. Reduzindo nesse processo a estrutura para um pórtico plano equivalente. São considerados componentes da função custo o concreto, o aço e a forma. E aplicadas ainda restrições na frequência da estrutura, de modo a prevenir danos causados pelo vento ou terremotos.

Kanagasundaram e Karihaloo (1991) adicionaram a resistência à compressão do concreto às variáveis de projeto anteriormente já estudadas, dimensão transversal da viga e área de armadura, aplicando o procedimento na otimização de vigas biapoiadas ou contínuas, além de pilares, que posteriormente foi resolvido utilizando técnicas de programação linear, através da linearização das funções. E a partir da aplicação deste procedimento em diversos problemas, o autor chegou à conclusão de que a adição da resistência à compressão do concreto como variável de projeto adicional, faz que com os resultados atingidos sejam peças estruturais mais esbeltas e com maior durabilidade.

Balling e Yao (1997) por sua vez, levam em conta o número, diâmetro e arranjo das barras longitudinais no processo de otimização de vigas e pilares retangulares. De modo a comparar posteriormente os resultados desse novo método com os resultados do método tradicional, que considera apenas área de aço ao invés de seu arranjo dentro da seção. E chegou-se então à conclusão de que a área de aço como variável de projeto não possuía grande influência na otimização da estrutura, e que esta deveria manter-se apenas como função do esforço atuante. Reduzindo-se assim o tempo de processamento em relação aos métodos tradicionais de otimização.

Gonçalves, Lopez e Miguel (2015) desenvolveram um novo algoritmo meta heurístico chamado SGA (*Search Group Algorithm*), que tem por finalidade a busca por uma solução

ótima para problemas de otimização estrutural, que se dá por meio da capacidade de exploração de regiões promissoras do espaço de busca dentro do domínio das variáveis de projeto, e a partir disso refinar as soluções mediante uma busca local nessas regiões. Através do mesmo trabalho, o algoritmo teve sua eficiência verificada por meio da resolução de funções benchmarks relativas à problemas referência encontrados na literatura. Foram resolvidos problemas envolvendo otimização topológica, variáveis discretas e restrições de frequências naturais devido ao seu grau de complexidade. Atingindo assim níveis satisfatórios de redução de peso da estrutura, e superando até mesmo os resultados originalmente atingidos pelos autores dos problemas investigados, na maioria dos casos.

Posteriormente, Juliani (2016) fez um estudo de otimização estrutural de vigas através de um algoritmo desenvolvido pela acadêmica no software MATLAB capaz de executar o cálculo de uma viga de concreto armado biapoiada, com seção retangular e sujeita a um carregamento uniformemente distribuído, que posteriormente aplicado ao algoritmo SGA (Search Group Algorithm) pode minimizar o custo da estrutura. E a partir dos resultados obtidos, foi realizado um estudo comparativo com o trabalho desenvolvido por Junior e Oliveira (2014), no qual realiza também um estudo de cálculo e otimização de uma viga de concreto armado nas mesmas condições, utilizando o software Microsoft Excel com o auxílio da ferramenta Solver do mesmo programa, que tem por finalidade refinar os resultados de uma função objetivo para os máximos ou mínimos possíveis através de iterações dos valores das variáveis de projeto.

### 3 OTIMIZAÇÃO

#### 3.1 DEFINIÇÃO

*“A otimização ou programação matemática pode ser definida como a técnica de se encontrar a melhor solução para problemas matematicamente definidos, que são frequentemente a modelagem de um problema físico” (Medrano, 1994)*

Na otimização de um grupo de vigas de concreto armado em um mesmo projeto e com diferentes níveis de carga para fins construtivos no entanto, não basta encontrar uma solução mais econômica individual para cada viga. É necessária também a busca por um padrão de seções, que além de ir ao encontro da satisfação para os custos do projeto, encontre também soluções que sejam de fácil construtibilidade para os trabalhadores em obra, pois é de conhecimento do engenheiro que um tempo mais prolongado de execução tem também por consequência maiores custos.

#### 3.2 PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

No processo de otimização de uma função  $f(x)$  estão envolvidos os elementos de função objetivo, variáveis de projeto e as restrições impostas.

##### 3.2.1 Função objetivo:

É a função matemática no qual deseja-se determinar o ponto ótimo, seja ele o maior possível ou o menor possível. Neste processo de otimização que será estudado, o ponto ótimo da função objetivo se dará pelo menor custo final em termos de recursos materiais para a execução de vigas retangulares de concreto armado. As variáveis que compõe o custo final da viga são o aço, o concreto e a forma, que aplicados na equação abaixo juntamente com seus respectivos custos de mercado, representarão os resultados finais da função objetivo:

$$f(x) = \text{custo}(x);$$

$$f(x) = (Vol_C * \$C) + (Peso_A * \$A) + (A_F * \$F);$$

$$f(x) = ((h * bw - A_{st}) * L * \$C) + (N^o_e * 2 * (bw + h) * A_e * \rho * \$A) + (\rho * A_{st} * L * \$A) + ((h * bw * 2 + h * L * 2 + bw * L) * \$F);$$

Onde:

- $Vol_C$  = Volume de concreto ( $m^3$ );
- $\$C$  = Custo unitário do concreto (R\$/ $m^3$ );
- $Peso_A$  = Peso de aço (Kg);
- $\$A$  = Custo unitário do aço (R\$/Kg);

- $A_F$  = Área de forma ( $m^2$ );
- $\$F$  = Custo unitário da forma ( $R\$/m^2$ );
- $h$  = Altura da seção transversal da viga (m);
- $b_w$  = Largura da seção transversal da viga (m);
- $L$  = Comprimento da viga (m);
- $A_{st}$  = Área de aço longitudinal total (Armadura tracionada e comprimida em  $m^2$ );
- $N^o_e$  = Número total de estribos;
- $A_e$  = Área da seção de um estribo ( $m^2$ );
- $\rho$  = Peso específico do aço ( $Kg/m^3$ ).

### 3.2.2 Variáveis de projeto

As variáveis de projeto são as configurações que podem ser alteradas pelo engenheiro para o cumprimento dos requisitos de dimensionamento da viga. Dentre as variáveis a serem determinadas em um projeto de otimização de vigas retangulares de concreto armado estão por exemplo, as condições de apoio, a escolha dos materiais envolvidos em sua composição e as dimensões da seção transversal da mesma. Onde após atingido um grau ótimo, devem apresentar uma eficiência satisfatória às forças solicitantes, com uma redução adequada do nível de robustez da viga.

### 3.2.3 Restrições

Restrições são os fatores limitadores na execução de um projeto, pelas quais podem viabilizar ou não possibilidades dimensionais de uma viga de concreto armado. As restrições aplicadas no processo de otimização deste trabalho são baseadas na norma brasileira vigente de projeto de estruturas de concreto NRB 6118 (2014). São elas:

- a) Resistência de cálculo com valor superior à resistência solicitada, para que a peça esteja dentro do estabelecido pelo Estado limite último (ELU), e portanto disponha de uma segurança adequada; Dentre às solicitações a serem satisfeitas nas vigas de concreto armado estão as solicitações normais, as forças cortantes relativas à ruína das diagonais comprimidas de concreto e o momento solicitante de cálculo.
- b) Limitação da flecha máxima da viga em  $L/250$ , considerando o modelo fissurado. Sendo a flecha total baseada na equação da linha elástica e calculada pela soma da flecha imediata proveniente da ação instantânea do carregamento com a flecha diferida, ambas seguindo as recomendações da NBR 6118 (2014).
- c) Taxa máxima de armadura longitudinal recomendada pela norma (item 17.3.5.2.4) de 4%  $A_c$ , considerando a soma das armaduras de tração e compressão;

- d) Pode-se considerar ainda outros tipos de restrições, no qual se incluem as restrições arquitetônicas do projeto, restrições dimensionais para viga e possíveis restrições de mercado, relativas à disponibilidade de materiais construtivos em determinada região.



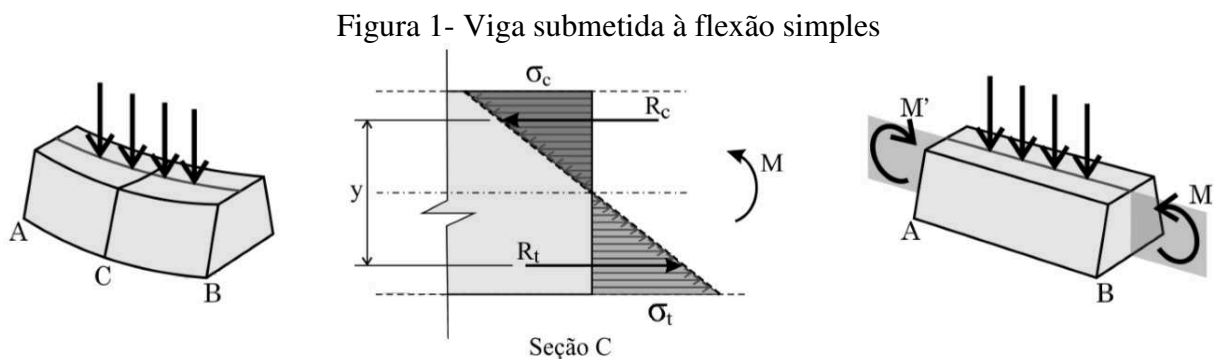
## 4 VIGAS DE CONCRETO ARMADO

### 4.1 DEFINIÇÃO DE VIGA

Segundo o item 14.4.1.1 da NBR 6118 (2014), vigas são definidas como “*elementos lineares em que a flexão é preponderante*”, definindo ainda, no item 14.4.1 da mesma norma, os elementos lineares como “*aqueles em que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominados barras.*”.

### 4.2 COMPORTAMENTO RESISTENTE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO SUJEITAS À FLEXÃO SIMPLES

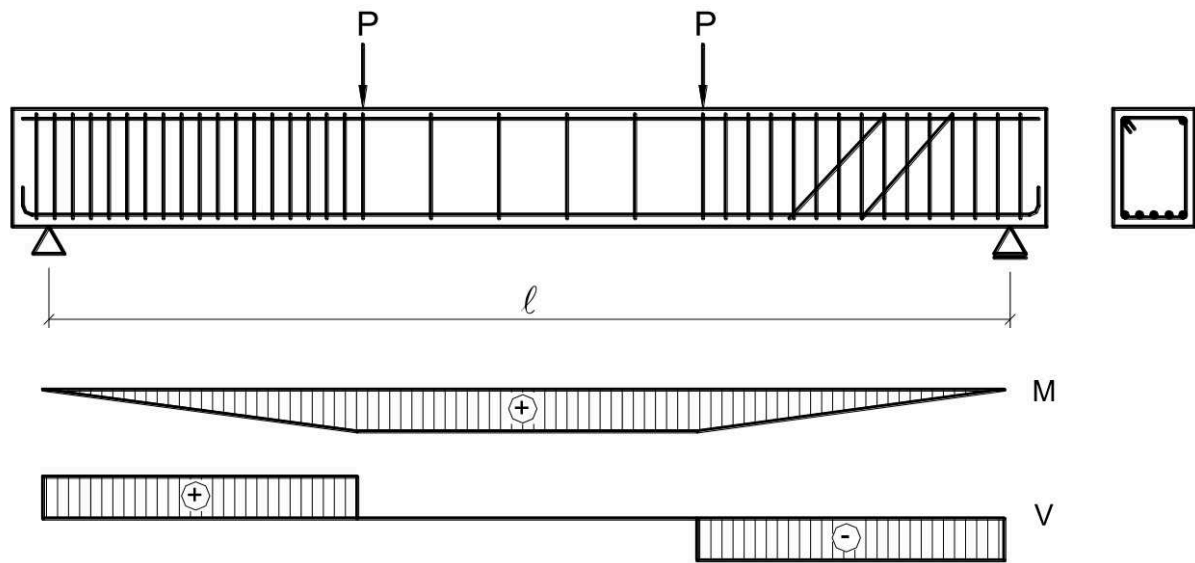
Vigas sujeita à esforços de flexão simples normalmente sofrem carregamentos transversais que resultam na curvatura do elemento conforme o grau de carga aplicada, e que também são responsáveis por gerar uma distribuição de tensões em seu interior, Argenta (2015). Essa distribuição tem como resultante um binário de forças equivalentes, mas com sentidos opostos, conhecido como momento fletor.



Fonte: (ARGENTA, 2011).

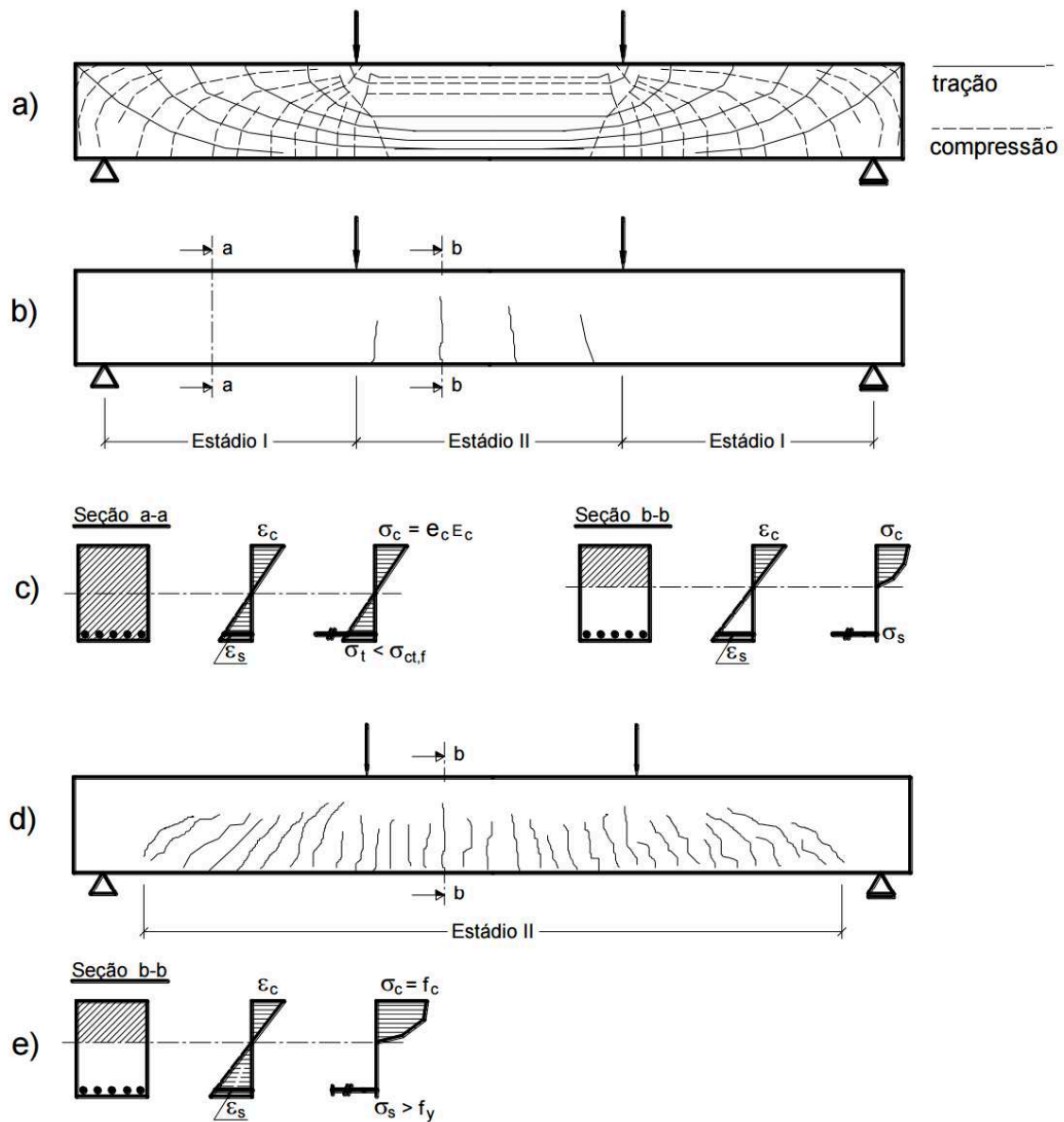
Bastos (2015) exemplifica que considerando uma viga de concreto armado biapoiada (Figura 2), submetida à duas forças concentradas  $P$  crescentes e de igual intensidade, a armadura longitudinal será responsável por resistir às tensões de tração provenientes da flexão e a armadura transversal por resistir aos esforços cortantes.

Figura 2 - Viga biapoiada e diagramas de esforços solicitantes.



Fonte: (LEONHARDT; MÖNNIG, 1982)

Figura 3 - Comportamento resistente de uma viga biapoiada.



Fonte: (LEONHARDT; MÖNNIG, 1982)

A Figura 3 (a) apresenta a trajetória das tensões de tração e compressão na viga sujeita ao carregamento apresentado na Figura 2. Pode-se observar que a viga encontra-se ainda no estágio I nesse momento. Outra informação mostrada pela trajetória de tensões é o paralelismo das tensões de tração e compressão na região de flexão pura da viga em relação ao eixo longitudinal, ocorrendo ainda nos demais trechos da viga uma inclinação dessas tensões, pela atuação dos esforços cortantes.

A Figura 3 (b) mostra o momento em que as tensões principais de tração começam a se igualar ou mesmo superar a resistência do concreto à esse tipo de esforço, fazendo assim com que a região de máximos momentos fletores comece a fissurar, representando o início do

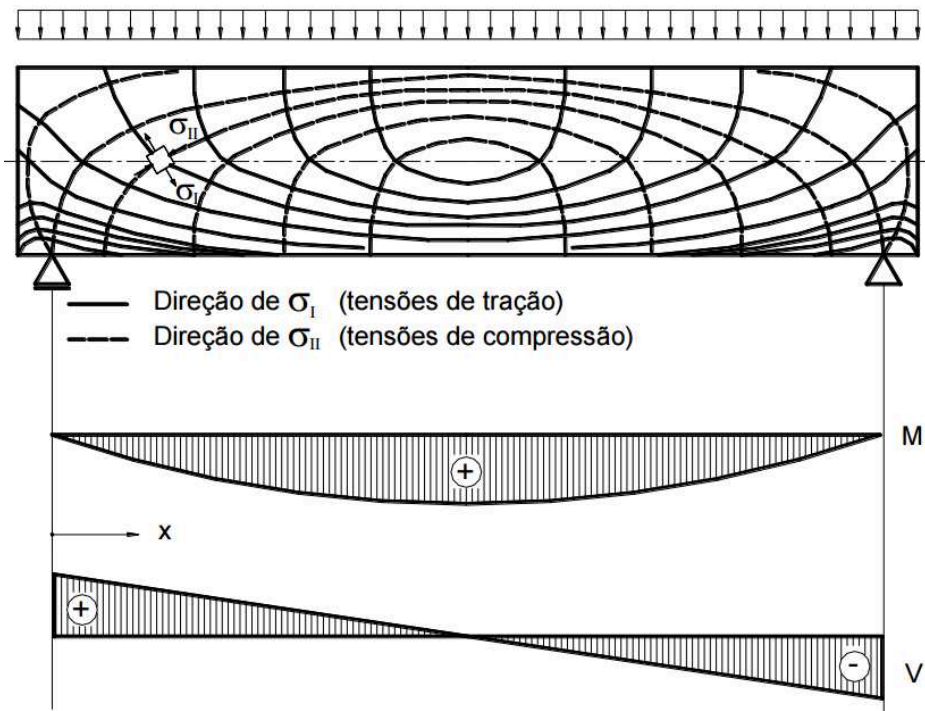
Estádio II. A partir da mesma figura, pode-se ainda observar que a inclinação das fissuras na viga apresenta uma certa perpendicularidade em relação à direção das tensões principais de tração, fazendo com que haja uma correlação entre a inclinação das fissuras com a inclinação dessas tensões principais citadas. Explicando assim o motivo de as fissuras serem verticais na região de máximos momentos.

A Figura 3 (c) mostra o diagrama de deformações e de tensões das seções a e b relativas à viga da Figura 3 (b), onde pode-se observar o comportamento do elemento nos Estádios I e II. Em que no primeiro, a máxima tensão de compressão ( $\sigma_c$ ) ainda pode ser avaliada de acordo com a lei de Hooke, relativa ao comportamento elástico do material, mas o mesmo não pode se dizer sobre o estágio II, onde já se atinge o regime plástico.

A partir do momento em que o carregamento atinge níveis mais elevados, começam a surgir fissuras também ao longo das demais regiões da viga, como pode ser observado na Figura 3 (d), onde praticamente toda a extensão da viga já se encontra no estágio II. Ainda segundo Bastos (2015), as fissuras mostradas na proximidade dos apoios são provenientes da atuação conjunta das forças cortantes com os momentos fletores, porém são chamadas de fissuras de cisalhamento.

Bastos (2015) também explica que em uma viga biapoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído, como serão os exemplos tratados neste trabalho, o comportamento das trajetórias das tensões principais de tração e de compressão da viga agem de forma um pouco distinta em relação ao primeiro exemplo. Como pode-se observar através da Figura 4, as tensões principais na altura aproximada da linha neutra apresentam uma inclinação de cerca de  $45^\circ$  (ou  $135^\circ$ ) em relação ao eixo longitudinal da viga. Na região dos apoios, onde ocorre maior influência do esforço cortante, observa-se também uma maior inclinação das trajetórias das tensões principais.

Figura 4 - Trajetória das tensões principais de uma viga biapoiada no estágio I sob carregamento uniformemente distribuído.



Fonte: (LEONHARDT; MÖNNIG, 1982)

#### 4.3 METODOLOGIA DE CÁLCULO DE VIGAS RETANGULARES DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES

Cada método de otimização tem suas particularidades no que diz respeito ao encontro do ponto ótimo dentro da função objetivo, mas ambas seguem os mesmos procedimentos para o cálculo e dimensionamento da viga retangular de concreto armado, conforme regido pela vigente norma NBR 6118 (2014).

Assim, o procedimento que será descrito a seguir, será dirigido à resolução de problemas de vigas retangulares bi apoiadas de concreto armado sujeitas a carregamento uniformemente distribuído. E como forma de simplificar o procedimento, serão desprezados o uso de armaduras de pele e os efeitos de fissuração da viga, e serão considerados para cálculo, concretos de  $f_{ck}$  iguais ou inferiores a 50 MPa.

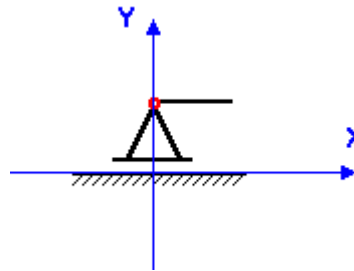
Como resultado será auferido o dimensionamento da armadura transversal, como também das armaduras longitudinais de tração e compressão, a verificação das bielas comprimidas, o cálculo das flecha total no vão central da viga e o detalhamento das seções transversais.

O procedimento em questão é apresentado do seguinte modo:

- 1) Inicialmente é definido o problema, no qual se incluem:

- a. Condições de apoio da viga: As condições de apoio da viga são caracterizadas pelo tipo de vínculo da viga às outras estruturas, sejam elas, por exemplo, pilares ou mesmo outras vigas. A classificação desses vínculos pode ser dada em função de seus graus de liberdade, e podem ser categorizados em:
- Vínculos Simples ou Deslizante: É um apoio móvel, caracterizado por restringir apenas um movimento, no qual o de translação é o mais comum:

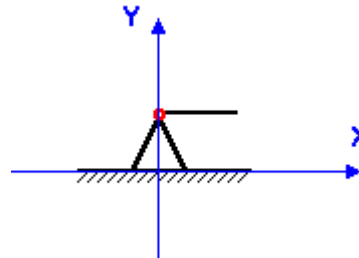
Figura 5- Vínculo simples ou deslizante.



Fonte: (MENEZES, 2004)

- Vínculo Duplo ou Rotulado: É um tipo de apoio que permite apenas movimentos de rotação:

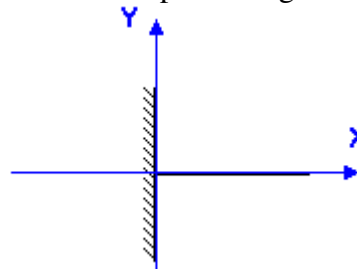
Figura 6 - Vínculo duplo ou rotulado.



Fonte: (MENEZES, 2004)

- Vínculo Triplo ou Engastado: Este tipo de apoio restringe todos os graus de liberdade do elemento nele apoiado:

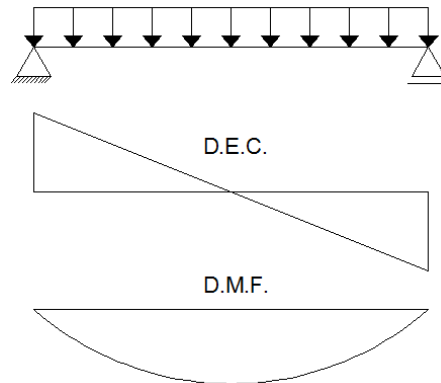
Figura 7- Vínculo triplo ou engastado.



Fonte: (MENEZES, 2004)

Conforme apresentado, é possível criar uma certa variedade de possibilidades de condições de apoio para uma viga de concreto armado. Assim, este trabalho tratará como modelo estrutural uma viga simplesmente biapoiada, conforme o modelo apresentado na Figura 8:

Figura 8 - Viga simplesmente biapoiada



Fonte: (Suporte Online AltoQi, 2010)

- b. Vão efetivo da viga: O cálculo do vão efetivo da viga é estabelecido pela NBR 6118, no item 14.6.2.4, através da seguinte expressão:

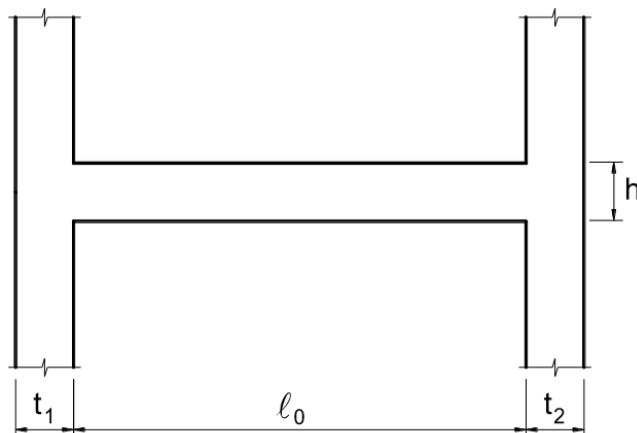
$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2 \quad (4.1)$$

Com:

$$a_1 \leq \begin{cases} t_1/2 \\ 0,3 * h \end{cases} \quad \text{e} \quad a_2 \leq \begin{cases} t_2/2 \\ 0,3 * h \end{cases}$$

Onde as dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo da viga são apresentadas abaixo:

Figura 9 - Dimensões consideradas no cálculo do vão efetivo das vigas.



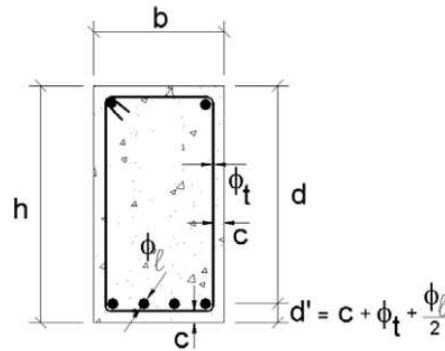
Fonte: (Adaptado da NBR 6118, 2014)

- c. Cargas na viga: A norma de cargas para cálculo de estruturas de edificações (NBR 6120:1980), estabelece nos itens 2.1 e 2.2, as seguintes categorias no que diz respeito à cargas em edificações, também aplicáveis ao elemento viga:
  - i. Carga permanente (g): É considerada carga permanente toda a carga relativa ao peso dos materiais fixos atuantes sobre as estruturas. Englobando assim o peso próprio do elemento, cargas de parede, revestimento, pisos, entre outros;
  - ii. Carga acidental (q): É considerada carga acidental toda a carga atuante sobre a estrutura em função do seu uso, tais como pessoas, móveis, maquinários, veículos, entre outros.
- d. Resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ): É uma característica do concreto que determina sua resistência à compressão, e que pode ser determinado a partir de um ensaio de compressão de corpo de prova extraído da obra;
- e. Resistência média à tração do concreto ( $f_{ctm}$ ): É o parâmetro que define a resistência média do concreto à tração, que pode ser medida por meio de ensaios laboratoriais, ou ainda estimada através de cálculos em função do  $f_{ck}$  do concreto;
- f. Resistência característica de escoamento do aço ( $f_{yk}$ ): É a classificação do aço que define sua resistência característica ao escoamento frente à forças de tração. Os aços são classificados usualmente em CA 50 (para barras) ou CA 60 (para fios).
- g. Dimensão máxima característica do agregado graúdo: Esta informação ajudará a definir o correto espaçamento entre as faces das barras utilizadas na armadura da viga, e conseqüentemente garantir que ocorra um melhor adensamento do material durante a concretagem.
- h. Cobrimento: O cobrimento é a espessura da camada de concreto sobre a armadura dos elementos de concreto armado, e tem a importante função de proteção do aço contra os agentes agressivos do meio ambiente, e dessa forma prevenir a estrutura de ser atingida por possíveis manifestações patológicas. Assim, a NBR 6118 (2014), através do item 7.4.7.2, estabelece cobrimentos mínimos para esses elementos, de acordo com seu tipo e a classe de agressividade ambiental no qual a estrutura será inserida.



- i. Pré-dimensionamento da seção transversal da viga: Para uma estimativa de pré-dimensionamento da seção transversal da viga, Pinheiro (2007) sugere que sempre que possível, a largura da viga deve ser adotada de maneira que a mesma fique embutida nas paredes, respeitando sempre o limite de largura mínimo de 12 cm definido pelo item 13.2.2 da NBR 6118 (2014). E para o pré-dimensionamento da altura da seção, segundo o mesmo autor, pode-se partir de uma estimativa grosseira, inicialmente dada por aproximadamente um décimo do vão efetivo, para vigas biapoiadas.
- 2) A partir da definição do problema e dos parâmetros iniciais da viga a ser calculada, é realizado o cálculo da altura útil “d”, considerada da fibra mais comprimida até o centro da seção da armadura longitudinal tracionada, conforme apresenta a Figura 10.

Figura 10 - Seção transversal da viga



Fonte: (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2003)

O cálculo da altura útil da viga, relativo à armadura positiva de uma camada, pode assim ser dado pela seguinte expressão:

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_c}{2} \quad (4.1)$$

- 3) Cálculo do momento fletor de cálculo e força cortante de cálculo a partir das cargas atuantes na estrutura, e em seguida, a majoração dos resultados pelo coeficiente de combinação de ações normais (1,4).

$$M_k = \frac{(g + q) * \ell_{ef}^2}{8} \quad (4.2)$$

$$V_k = \frac{(g + q) * \ell_{ef}}{2} \quad (4.3)$$

$$M_{d,max} = \gamma_f * M_k \quad (4.4)$$

$$V_{d,eixo} = \gamma_f * V_k \quad (4.5)$$

Com:

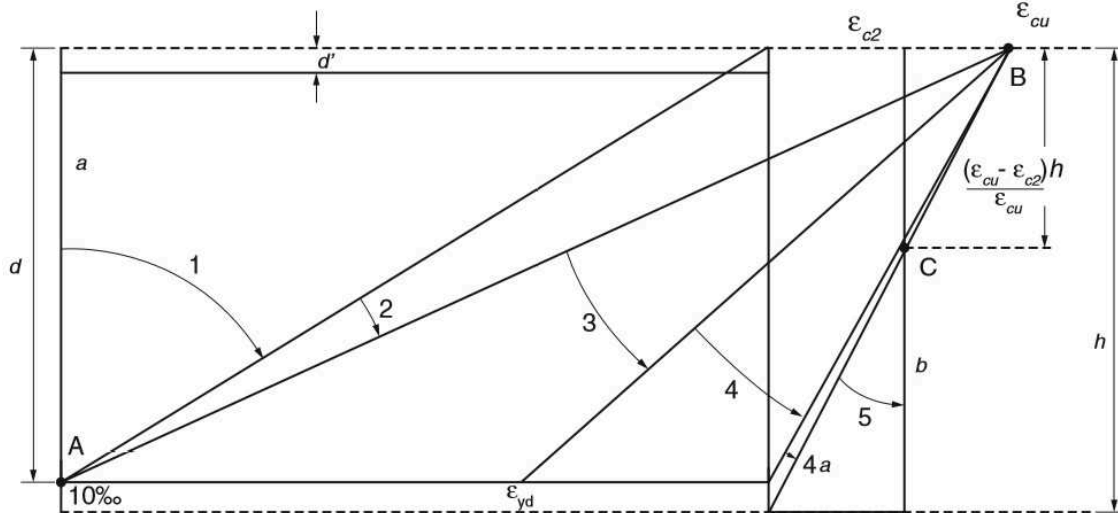
- $g$  = carga permanente (kN/m);
  - $q$  = carga acidental (kN/m);
  - $l_{ef}$  = vão efetivo da viga (m);
  - $M_k$  = momento fletor de serviço (kN\*m);
  - $V_k$  = esforço cortante de serviço (kN);
  - $M_{d,max}$  = momento fletor máximo de cálculo (kN\*m);
  - $V_{d,eixo}$  = esforço cortante máximo de cálculo (kN).
- 4) Determinação da posição da linha neutra da seção da viga, e a partir do resultado, verificar o domínio de cálculo no qual se aplica a viga. Conforme recomendação da norma, será adotada uma armadura de compressão (armadura dupla) caso o domínio encontrado seja o domínio 4.

a. Cálculo da posição da linha neutra:

$$x = 1,25 * d * \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 * bw * d^2 * fcd}}\right) \quad (4.6)$$

- b. Determinação do domínio de deformação: Este domínio representa as deformações que os esforços causam na seção transversal da viga. A Figura 11, presente como a Figura 17.2 na NBR 6118 (2014), apresenta todos os possíveis domínios de estado-limite último de uma seção transversal. Porém, como o intuito deste trabalho é a otimização de vigas de concreto armado sob flexão simples, serão abordados os domínios 2, 3 e 4, apresentados posteriormente com informações da norma.

Figura 11 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal



Fonte: (NBR 6118, 2014)

- i. Domínio 2: Tem como característica a flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto. Ele pode ser identificado em função do valor de  $x$ , através da seguinte expressão:

$$0 < x < 0,259 * d \quad (4.7)$$

- ii. Domínio 3: É caracterizado pela flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e escoamento do aço. Este domínio pode ser verificado a partir da expressão:

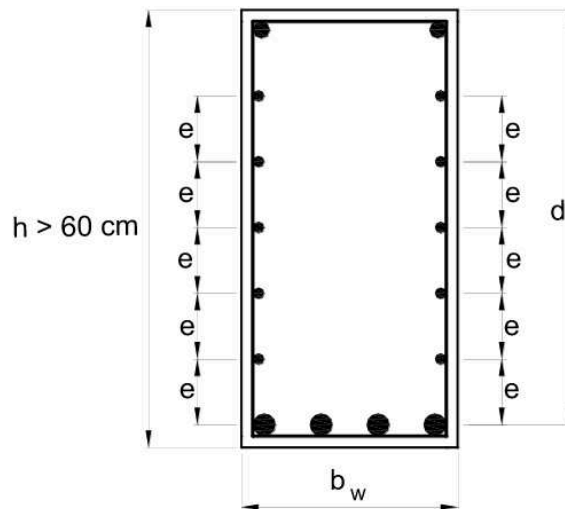
$$0,259 * d < x < 0,628 * d \quad (4.8)$$

- iii. Domínio 4: É apontado como flexão simples (seção superarmada) ou composta, com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado, sem escoamento. Ele pode ser identificado, também em função do valor da linha neutra, pela expressão:

$$0,628 * d < x < d \quad (4.9)$$

- 5) Conforme o item 17.3.5.2.3 da norma em vigor, deve-se utilizar armadura de pele em vigas com altura superior a 60 centímetros. Sua função é o controle da fissuração devido às ações de retração e também o controle da abertura de fissuras na alma da viga. A armadura lateral em questão, deve possuir uma área de aço mínima de 0,10% da área da face da alma da viga, com espaçamento não maior do que 20 cm, e devidamente ancorada nos apoios. Como descrito anteriormente, a armadura de pele não será considerada na função objetivo por fins de simplificação de cálculo. A Figura 12 mostra como deve ser a disposição da armadura de pele na viga:

Figura 12 - Disposição da armadura de pele.



Fonte: (BASTOS, 2015)

- 6) Cálculo área de aço longitudinal para atender as forças solicitantes de flexão, e a partir disso realizar a comparação com a área mínima de aço exigida por norma.

- a. Cálculo da área de aço de flexão:

$$A_s = \frac{M_d}{f_y d * (d - 0,4 * x)} \quad (4.10)$$

- b. Verificação da área mínima de aço:

$$A_s \leq \frac{M_{d,min}}{f_y d * (d - 0,4 * x)} \quad (4.11)$$

Onde:

$$M_{d,min} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup} \quad (4.12)$$

Em que:

- $W_0$ : Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;
- $f_{ctk,sup}$ : Resistência característica superior do concreto à tração:

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} \quad (4.13)$$

- $f_{ct,m}$ : Resistência média do concreto à tração:

$$f_{ct,m} = 0,3 * \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (4.14)$$

Ainda, segundo o item 17.3.5.2.1 da norma, alternativamente a armadura mínima pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas de armadura mínima apresentadas na Tabela 1:

Tabela 1 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^{(a)}$ (%)														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
(a) Os valores de $\rho_{\min}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ , $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{\min}$ deve ser recalculado. $\rho_{\min} = A_{s,\min}/A_c$															

Fonte: (NBR 6118, 2014)

- 7) Detalhamento das armaduras longitudinais a partir da área de aço encontrada no item anterior. São então definidas as barras a serem utilizadas, sua quantidade e disposição na seção da viga, tanto na armadura de tração quanto na armadura de compressão, em função dos espaçamentos mínimos verticais e horizontais entre as barras em cada camada, com a intenção de que o concreto penetre facilmente na forma e envolva completamente as barras de aço das armaduras. E a partir desta etapa determinar a nova área de aço (efetiva), multiplicando-se a quantidade de barras escolhidas pelas suas respectivas áreas transversais. O item 18.3.2.2 da NBR 6118 (2014) estabelece os seguintes espaçamentos livres mínimos entre as faces das barras de aço longitudinais:

- a. Na direção horizontal ( $a_h$ ):

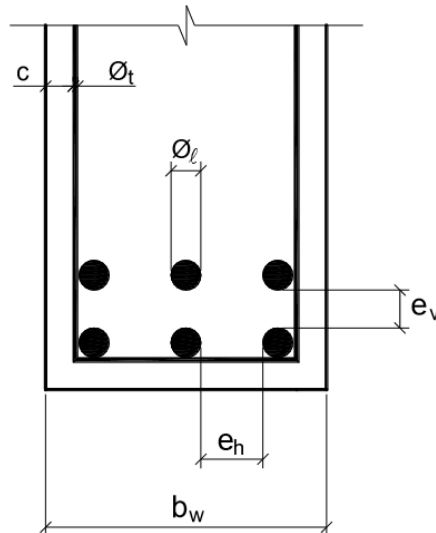
$$a_{h,\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell \\ 1,2 * d_{\max,agr} \end{cases} \quad (4.15)$$

- b. Na direção vertical ( $a_v$ ):

$$a_{v,\min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_\ell \\ 0,5 * d_{\max,agr} \end{cases} \quad (4.16)$$

A Figura 13 esquematiza a disposição das barras longitudinais conforme seu espaçamento:

Figura 13 - Espaços mínimos livres entre as faces das barras de aço longitudinais.



Fonte: (BASTOS, 2015)

- 8) A próxima etapa é a verificação da resistência com a nova área de aço no Estado Limite Último (ELU). São refeitos os cálculos para encontrar a nova altura útil efetiva ( $d$ ) e a posição da linha neutra ( $x$ ), para então verificar se o novo momento resistente de cálculo satisfaz o momento solicitante máximo de cálculo ( $M_{d,max}$ ). Caso não satisfaça, a seção atual deve ser descartada e o processo reiniciado.
- 9) A partir da definição das barras e da área de aço efetiva, é feita a verificação do dimensionamento no Estado Limite de Serviço (ELS), onde neste trabalho será considerado apenas o Estado Limite de Deformação e, desprezando para fins de simplificação de cálculo, o Estado Limite de Fissuração. Será ainda levado em consideração para este trabalho, apenas as ações variáveis principais no que diz respeito ao cálculo das solicitações de serviço, apresentado através da equação 4.18, presente no item 11.8.3.2 da norma vigente:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} * F_{qj,k} \quad (4.17)$$

Através da equação 4.19, foi considerado que o valor do momento é proporcional ao valor de cálculo das ações para as combinações de serviço, e portanto:

$$M_{d,ser} = M_{gk} + \psi_2 * M_{qk} \quad (4.18)$$

Onde:

- $M_{d,ser}$  = Momento fletor solicitante de cálculo ou de serviço (kN\*m);
- $M_{gk}$  = Momento devido às cargas permanentes (kN\*m);
- $M_{qk}$  = Momento devido às cargas acidentais (kN\*m);
- $\Psi_2$  = Fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Em que para Estados Limites de Serviço, em geral o coeficiente de ponderação das ações é dado por:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (4.19)$$

O coeficiente  $\gamma_f$  possui valor que pode ser variável conforme o tipo de verificação que se pretende fazer, possuindo valor igual à  $\psi_1$  para combinações frequentes e  $\psi_2$  para combinações quase permanentes, onde para este trabalho foi adotado o segundo. Estes valores são definidos na Tabela 11.2 da NBR 6118/2014.

- 10) É efetuado o cálculo da linha neutra e momento de inércia no estágio I. Nesta etapa, segundo Teixeira (2011), a seção da peça de concreto armado é homogeneizada com o uso da razão modular, ou seja, a área de aço é transformada em uma área de concreto equivalente. Assim, a posição da linha neutra da seção pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$x_1 = \frac{\left[\left(\frac{1}{2}\right) * bw * h^2 + \alpha_e * A_{s,ef} * d\right]}{bw * h + \alpha_e * A_{s,ef}} \quad (4.20)$$

Calcula-se ainda o momento de inércia da seção no estágio I, dado por:

$$I_C = \left(\frac{1}{12}\right) * bw * h^3 + bw * h * \left(x_1 - \frac{h}{2}\right)^2 + \alpha_e * A_{s,ef} * (d - x_1)^2 \quad (4.21)$$

Onde:

- $\alpha_e$  = Razão modular, dada pela expressão:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (4.22)$$

- $E_s$  = Módulo de elasticidade do concreto;
- $E_{ci}$  = Módulo de elasticidade tangente do concreto:

$$E_{ci} = 5600 * \sqrt{f_{ck}} \quad (4.23)$$

- $E_{cs}$  = Módulo de elasticidade secante do concreto:

$$E_{cs} = 0,85 * E_{ci} \quad (4.24)$$

- 11) Os cálculos da linha neutra e do momento de inércia são feitos agora no estágio II, após o início da fissuração da viga em consequência da elevação da carga solicitante, onde nesse caso o concreto não é considerado tracionado. As equações para os cálculos da linha neutra e do momento de inércia seguem abaixo, respectivamente:

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e * A_s \pm \sqrt{(\alpha_e * A_s)^2 - 4 * \left(\frac{bw}{2}\right) * (-\alpha_e * A_s * d)}}{2 * \left(\frac{bw}{2}\right)} \quad (4.25)$$

$$I_{II} = \frac{bw * x^3}{3} + \alpha_e * A_s * (d - x_{II})^2 \quad (4.26)$$

- 12) É calculado a partir de informações obtidas anteriormente o momento necessário para gerar a primeira fissura na viga, conhecido como o momento de fissuração, dado pela seguinte expressão, presente no item 17.3.1 da NBR 6118 (2014):

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t} \quad (4.27)$$

Onde:

- $\alpha$  = fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta:

$$\alpha = \begin{cases} 1,2 & \text{para seções } T \text{ ou duplo } T \\ 1,3 & \text{para seções } I \text{ ou } T \text{ invertido} \\ 1,5 & \text{para seções retangulares} \end{cases} \quad (4.28)$$

- $y_t$  = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada:

$$y_t = h - x_1 \quad (4.29)$$

- $I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $f_{ct}$  = resistência à tração direta do concreto (NBR 6118 (2014), item 8.2.5):

$$f_{ct} = \begin{cases} f_{ctk,inf} & \text{para estado limite de formação de fissuras;} \\ f_{ct,m} & \text{para estado limite de deformação excessiva.} \end{cases}$$

Em que:

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{2/3} \quad (4.30)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ct,m} \quad (4.31)$$

- 13) Nesta etapa é determinada a rigidez equivalente, que servirá posteriormente para a determinação da flecha imediata da viga, conforme o item 17.3.2.1.1 da NBR 6118 (2014):

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} * \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 * I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] * I_{II} \right\} \leq E_{cs} * I_c \quad (4.32)$$



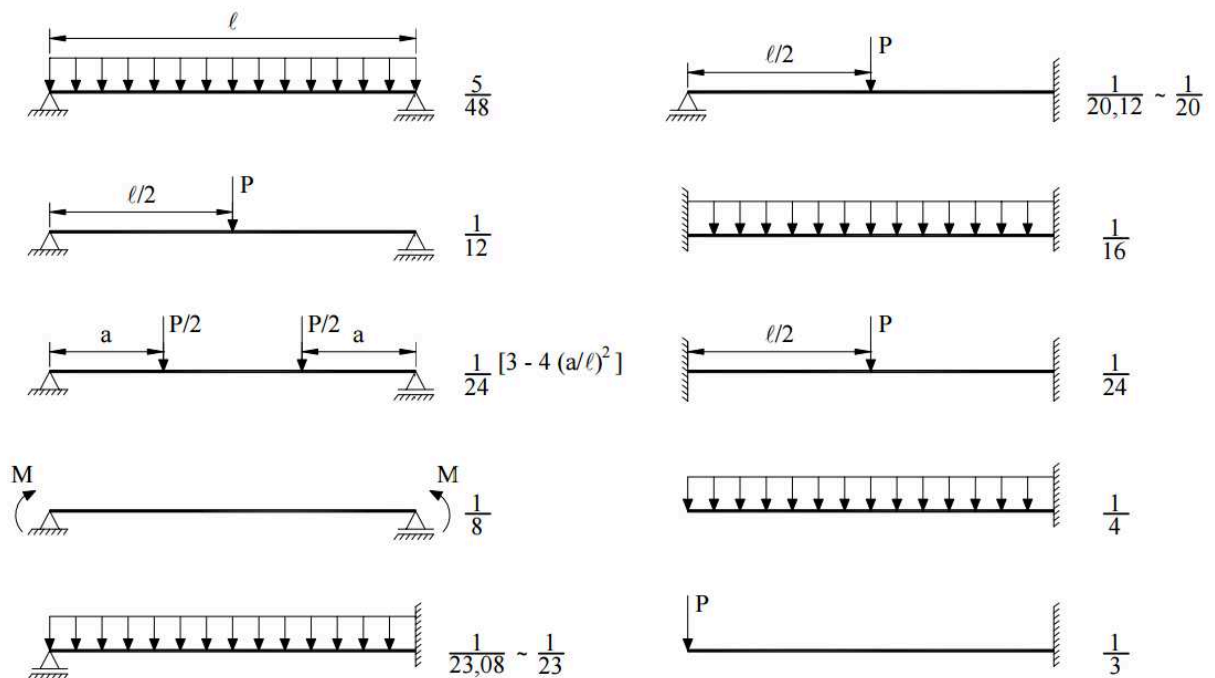
14) Determinação da flecha imediata da viga, que segundo Barbosa (2015), pode ser definida como o máximo deslocamento que um ponto da peça sofre quando os escoramentos são retirados ou logo após a introdução de um carregamento permanente. Barbosa diz ainda que o deslocamento imediato da flecha da viga é função, principalmente, do tipo e da grandeza do carregamento aplicado, do nível de fissuração, do comprimento do vão, das condições de apoio, das propriedades geométricas da seção transversal e das propriedades dos materiais, aço e concreto. O cálculo da flecha imediata pode ser efetuado assumindo o concreto armado como um material de comportamento elástico e linear, expresso por:

$$f_i = \frac{\alpha * M_a * l^2}{(EI)_{eq}} \quad (4.33)$$

Onde:

- $f_i$  = flecha imediata;
- $M_a$  = momento fletor máximo de serviço;
- $l$  = comprimento efetivo do vão;
- $(EI)_{eq}$  = rigidez equivalente;
- $\alpha$  = Coeficiente que depende das condições de apoio e carregamento, apresentado na Figura 14:

Figura 14 - Valores do coeficiente  $\alpha$ .



Fonte: (MERLIN, 2006)

- 15) O item 17.3.2.1.2 da norma estabelece que a flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado, decorrente da fluência em função das cargas de longa duração, pode ser calculada de forma aproximada através da multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$ , dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * \rho'} \quad (4.34)$$

Onde:

- $\rho'$  = taxa de armadura de compressão (armadura dupla), dada por:

$$\rho' = \frac{As'}{b * d} \quad (4.35)$$

- $\xi$  = coeficiente em função do tempo, que pode ser obtido a partir da Tabela 2, ou ser ainda calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (4.36)$$

$$\xi(t) = 0,68 * (0,966^t) * t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (4.37)$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (4.38)$$

Tabela 2 - Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo

<b>Tempo (t)</b> meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
<b>Coeficiente</b> $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: (NRB 6118, 2014)

- 16) A flecha total pode ser obtida a partir da soma das flechas imediata e diferida, calculadas anteriormente:

$$f_t = f_i * (1 + \alpha_e) \quad (4.39)$$

- 17) Deslocamentos limites: Conforme apresenta o item 13.3 da NBR 6118 (2014), os deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas da estrutura. Eles são classificados em quatro grupos básicos, segundo a mesma norma:

- Aceitabilidade sensorial: é caracterizado por desconforto do usuário relativo às vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável que gerem sensação de insegurança, mesmo que não haja esse risco;

- b. Efeitos específicos: efeitos de deslocamento que podem impedir a utilização adequada da construção;
- c. Efeitos em elementos não-estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d. Efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas.

Será considerado neste trabalho o efeito de aceitabilidade sensorial em razão da limitação visual, que segundo a Tabela 13.3 presente na norma, pode ser expresso por:

$$\text{Deslocamento limite} = \frac{l}{250} \quad (4.40)$$

Portanto, para fins de aceitação da seção transversal da viga no processo de otimização, o requisito de deslocamento limite deverá ser devidamente cumprido.

- 18) É efetuado o cálculo da armadura transversal da viga, que compreende os estribos necessários para a resistência ao esforço cortante. Será considerado para este trabalho o modelo I (item 17.4.2.2.b da NBR 6118 (2014)) como parâmetro de cálculo, que admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural. O dimensionamento é feito seguindo as etapas a seguir:

- a. Inicialmente é realizado o cálculo da força cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ), relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, o qual deve ser superior à força cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ).

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (4.41)$$

Onde:

$$V_{Rd2} = 0,27 * \alpha_{v2} * f_{cd} * bw * d \quad (4.42)$$

Em que:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (4.43)$$

Com  $f_{ck}$  expresso em MPa.

- b. Em seguida pode-se calcular a parcela do esforço cortante que será absorvida pelas diagonais comprimidas ( $V_c$ ).

$$V_c = 0,6 * f_{ctd} * bw * d \quad (4.44)$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (4.45)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ct,m} \quad (4.46)$$

$$f_{ct,m} = 0,3 * \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (4.47)$$

- c. A partir do cálculo de  $V_c$ , calcula-se a parcela do esforço cortante a ser absorvida pela armadura:

$$V_{sw} = V_d - V_c \quad (4.48)$$

- d. É realizado o cálculo da área da seção transversal dos estribos ( $A_{sw}$ ), expresso em  $\text{cm}^2/\text{m}$ :

$$A_{sw} = \frac{V_{sw} * s}{0,9 * f_{yd} * d} \quad (4.49)$$

- e. Cálculo da área de armadura transversal mínima ( $A_{sw,min}$ ), também expresso em  $\text{cm}^2/\text{m}$ :

$$A_{sw,min} = \frac{0,2 * f_{ct,m} * s}{f_{yk}} * bw * sen\alpha \quad (4.50)$$

- f. Definição da área efetiva da seção transversal dos estribos, sendo adotada a maior dentre as áreas calculadas anteriormente, e dividindo-se o resultado pelo número de ramos de estribos designados para o projeto:

$$A_{sw,ef} = \frac{A_{sw}}{n} \quad (4.51)$$

Onde:

- $n$  = número de ramos de estribos;
- g. Cálculo do número de estribos por unidade de metro através da expressão:

$$\text{Número de estribos por metro} = \frac{A_{sw,ef}}{\left(\frac{\phi_s}{10}\right)^2 * \left(\frac{\pi}{4}\right)} \quad (4.52)$$

- h. Com a informação do número de estribos por metro, deve-se também calcular o espaçamento dos estribos:

$$s = \frac{100}{\text{Número de estribos por metro}} \quad (4.53)$$

Devem ser respeitados os espaçamentos transversais máximos e mínimos entre estribos, que segundo o item 18.3.3.2 da NRB 6118 (2014) é definido por:

- Espaçamento mínimo:
  - Deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador;
- Espaçamento máximo:
  - Se  $V_d \leq 0,67 V_{Rd2}$ , então  $s_{m\acute{a}x} = 0,6 d \leq 300 \text{ mm}$ ;
  - Se  $V_d > 0,67 V_{Rd2}$ , então  $s_{m\acute{a}x} = 0,3 d \leq 200 \text{ mm}$ ;
- Limites para o espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos:
  - Se  $V_d \leq 0,20 V_{Rd2}$ , então  $s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800 \text{ mm}$ ;
  - Se  $V_d > 0,20 V_{Rd2}$ , então  $s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 d \leq 350 \text{ mm}$ ;

## 5 FERRAMENTAS DE OTIMIZAÇÃO DA VIGA

Existem inúmeros estudos e métodos para a otimização estrutural que podem também ser apropriados para o uso em otimização de vigas de concreto armado. Dentre eles estão métodos utilizando a ferramenta solver do software Microsoft Excel, métodos utilizando softwares comerciais de cálculo estrutural e outros ainda utilizando algoritmos heurísticos ou meta heurísticos.

Para este trabalho de conclusão de curso será feito um estudo comparativo entre dois dos métodos de otimização estrutural aplicáveis à vigas retangulares de concreto armado, que serão o SGA (*Search Group Algorithm*) e a ferramenta de otimização de vigas do software comercial AltoQi Eberick.

### 5.1 SEARCH GROUP ALGORITHM

#### 5.1.1 Introdução

O SGA (Search Group Algorithm ou “Algoritmo do grupo de busca”) foi desenvolvido pelo Centro de Otimização e Confiabilidade (CORE) da Universidade Federal de Santa Catarina pelo então aluno Matheus Silva Gonçalves, e é classificado como um novo método meta heurístico voltado para a otimização global de estruturas treliçadas, mas que pode também se adequar às particularidades de cada problema. De modo a ser aplicável na otimização de vigas de concreto armado, como será apresentado posteriormente neste trabalho.

Como um algoritmo meta heurístico, o SGA possui a capacidade de exploração de regiões promissoras do espaço de busca dentro do domínio, e a partir disso refinar as soluções através de uma busca local nessas regiões, a fim de encontrar a solução ótima para o problema.

O algoritmo foi apresentado por meio de um artigo publicado por Gonçalves et al. (2015), onde verifica a otimização de treliças aplicadas à funções benchmarks, relativos à problemas da literatura.

Seu processo de busca e otimização pode ser dividido em 5 etapas: a população inicial, geração do grupo de busca, mutação do grupo de busca, processo iterativo global e processo iterativo local.

#### 5.1.2 População inicial

O início do processo de otimização se dá a partir da geração de uma população inicial, posicionada de forma randômica dentro do domínio de busca da função objetivo. Neste trabalho foi utilizado um domínio de busca que varia a altura de 20 cm até 110 cm, utilizando-se variáveis discretas com variação em intervalos de 1 cm.

### 5.1.3 Geração do grupo de busca

É feita a avaliação da função objetivo para cada indivíduo obtido através da população inicial, e então gerado um grupo de busca, o qual é formado pela junção de dois subgrupos: o grupo de elite e o grupo de torneio.

O grupo de elite é formado pela seleção dos elementos com as melhores colocações no que diz respeito aos menores valores atingidos por eles para a função objetivo.

O segundo grupo é formado pela seleção dos indivíduos em um processo de torneio. Este torneio ocorre como uma espécie de repescagem, onde os indivíduos com as piores colocações disputam suas avaliações em busca dos melhores resultados para a função objetivo. Assim, os indivíduos mais bem avaliados entram também para o grupo de busca.

### 5.1.4 Mutação do grupo de busca

Com o objetivo de aumentar ainda mais o campo de busca do algoritmo, o grupo de busca definido na etapa anterior sofre mutações a cada nova iteração, onde os novos indivíduos são gerados com base nas estatísticas colhidas do grupo atual.

A mutação consiste em substituir um certo número de indivíduos por novos, de modo a atingir assim novas regiões de domínio da função objetivo. Os indivíduos a serem substituídos são selecionados em uma espécie de torneio inverso, onde aqueles com os piores resultados tem maiores chances de serem escolhidos para dar lugar à novos indivíduos.

O novo membro proveniente da mutação é definido por:

$$x^{mut} = \bar{x} + t \varepsilon \sigma \quad (5.1)$$

Onde:

- $x^{mut}$  = novo membro;
- $\bar{x}$  e  $\sigma$  = são a média e o desvio padrão das coordenadas dos membros do grupo de otimização;
- $\varepsilon$  = variável aleatória conveniente;
- $t$  = parâmetro que define o quão longe o novo indivíduo pode ser gerado.

### 5.1.5 Processo iterativo global

Com o objetivo de explorar ao máximo o domínio da função objetivo, cada indivíduo do grupo de otimização gera uma nova família com um determinado número de novos indivíduos, determinados pela qualificação do indivíduo atual. A família é gerada através da perturbação descrita na equação a seguir:

$$x^{novo} = x + \alpha \varepsilon \quad (5.2)$$

Onde:

- $x^{\text{nov}} =$  nova família gerada;
- $x =$  membro do então grupo de busca;
- $\alpha =$  parâmetro de define o tamanho da perturbação gerada.

A cada iteração desta etapa, o valor da aleatoriedade  $\alpha$  é modificado de modo a ser reduzido. A redução deste parâmetro é dada pela seguinte expressão:

$$\alpha = (\alpha_0 * \beta + \alpha_{\min}) * (l_{\sup} - l_{\inf}) \quad (5.3)$$

Onde:

- $\alpha =$  valor de aleatoriedade atualizado;
- $\alpha_0 =$  valor da aleatoriedade inicial;
- $\beta =$  parâmetro que varia de 0 a 1 e promove a redução da aleatoriedade;
- $\alpha_{\min} =$  valor de aleatoriedade mínimo;
- $l_{\inf}$  e  $l_{\sup} =$  limites inferior e superior da função objetivo, respectivamente.

O fator  $\beta$ , responsável pela redução da aleatoriedade define o modo com que  $\alpha$  será reduzido a cada iteração. Desta forma, o algoritmo tem a capacidade de uma maior exploração do domínio de busca e conseqüentemente, alcançar regiões mais favoráveis para a localização dos valores ótimos para a função objetivo.

A equação que define o fator de redução da aleatoriedade é dada por:

$$\beta = \max \begin{cases} 1,00 - \frac{4,00k}{n_{\text{iterg}}} \\ 0,25 - \frac{0,25k}{n_{\text{iterg}}} \end{cases} \quad (5.4)$$

Onde:

- $k =$  número da iteração atual;
- $n_{\text{iterg}} =$  número total de iterações da fase global;

Ao final do processo de cada iteração, cada família é então avaliada individualmente, de modo a ser escolhido o membro mais bem avaliado de cada grupo para a próxima iteração.

#### 5.1.6 Processo iterativo local

Considerando que a maior parte das regiões de domínio já foi explorada até a etapa global e que as regiões mais favoráveis para a localização dos mínimos já foram definidas, esta etapa buscará refinar ainda mais os resultados encontrados até então, de modo a definir o valor ótimo para a função objetivo (custo da viga).



Diferentemente do processo iterativo global, que analisa individualmente cada família, o processo iterativo local busca avaliar os indivíduos como um todo. E a partir dos resultados desse novo processo de iteração, é formado então um novo grupo apenas com os membros mais bem avaliados, independentemente de sua família inicial.

O parâmetro  $\beta$  redutor da aleatoriedade também é distinto em relação ao processo iterativo global, visto que neste processo utiliza-se apenas uma reta de decaimento. Assim, ele pode ser apresentado como:

$$\beta = \frac{n_{iterl} - k}{n_{iterl}} \quad (5.5)$$

Onde:

- $n_{iterl}$  = Número total de iterações da fase local;
- $k$  = Número da iteração atual.

Além disso, o fator de aleatoriedade  $\alpha$  atualizado, que é reduzido a cada iteração do processo local, fica definido como:

$$\alpha = (\beta * \alpha_{min} + r_{min} * \alpha_{min}) * (l_{sup} - l_{inf}) \quad (54.6)$$

Onde:

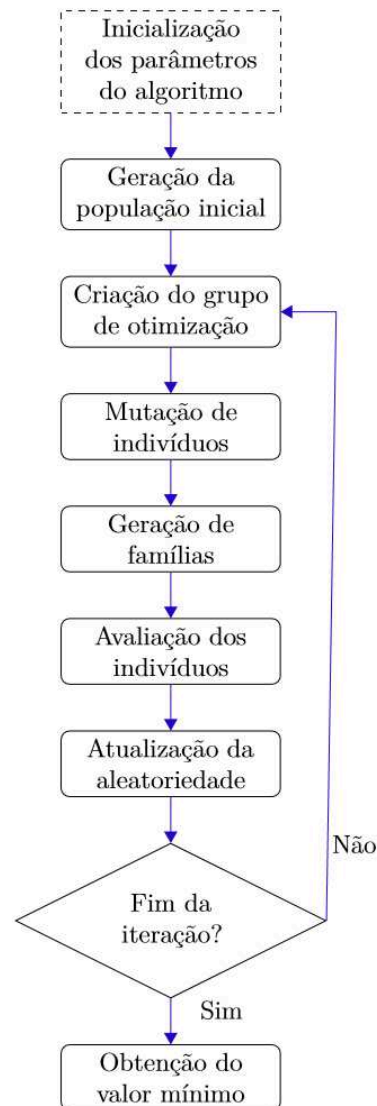
- $r_{min}$  = corresponde ao valor residual de aleatoriedade, definido como uma porcentagem de  $\alpha_{min}$ .

Assim, verifica-se o decrescimento de  $\alpha$  a partir do valor de  $\alpha_{min}$  produzido ao fim da etapa global, que ocorre linearmente ao longo das iterações, acrescido de um pequeno valor residual  $r_{min}$ , de modo a não ser obtida uma aleatoriedade nula.

### 5.1.7 *Resumo do processo*

O processo de busca da solução ótima a partir do SGA pode ser sintetizado no seguinte fluxograma:

Figura 15 - Resumo do processo de otimização utilizando o SGA



Fonte: (CARRARO, 2015)

## 5.2 EBERICK

### 5.2.1 Introdução

O AltoQi Eberick é um software utilizado no desenvolvimento de projetos de concreto armado moldado in-loco e concreto pré-moldado. Ele possui uma estrutura que engloba as etapas de lançamento, análise da estrutura, dimensionamento e o detalhamento final dos elementos estruturais, tais como lajes, vigas, pilares, sapatas, blocos sobre estacas, muros de arrimo, dentre outros.

A partir da versão V10 Next do Eberick o mesmo começou a contar com uma nova ferramenta, onde a partir de dados de entrada relativos aos critérios de otimização configurados pelo usuário, em um projeto com vigas já lançadas e com os esforços já determinados pelo

programa, é gerado um relatório que simula os custos das vigas com diferentes possíveis seções transversais. E a partir desses resultados, o usuário tem uma visão detalhada dos custos do elemento viga no projeto, e qual dimensão da seção transversal retangular é mais econômica em termos de material utilizado, incluindo ou não o custo estimado de mão de obra da execução.

A ferramenta de otimização pode ser dividida em duas partes, através do comando “Avaliar seções da viga” ou do comando “Aplicar otimização”, e serão explicadas detalhadamente, de acordo com a página de ajuda do software Eberick, nos itens 5.2.2 e 5.2.3 deste trabalho, respectivamente.

Neste trabalho será aplicado apenas o comando “Avaliar seções da viga” no posterior estudo comparativo de otimização, pois como será apresentado a seguir, o relatório desta ferramenta gera informações do custo de cada variação de seção transversal, o que torna mais didática a visualização e o entendimento de como ocorre o processo. Porém, para fins de conhecimento, será também apresentado o funcionamento da ferramenta “Aplicar otimização”.

### **5.2.2 Avaliar seções da viga**

Com o comando “Avaliar seções da viga”, o usuário pode inserir os dados de entrada a fim de determinar as variações de busca que deseja para a viga, sendo mostrado posteriormente um relatório com o custo final de cada uma das variações. Ficando então a cargo do próprio usuário, alterar ou não posteriormente a seção transversal da viga no projeto, de acordo com a escolha que for mais conveniente.

Os custos dos materiais apresentados no relatório são relativo aos dados gerados após o detalhamento da estrutura, onde são obtidos os resultados finais de aço, concreto e forma que deverão ser utilizados para a construção da viga. Onde em seguida, ocorre a multiplicação das respectivas quantidades de materiais calculados, pelo preço dos insumos configurados no programa.

O diálogo do comando se apresenta da seguinte maneira:

Figura 16 - Diálogo de avaliação das seções da viga do software Eberick

**Avaliar seções da viga V1**

Composição do custo

Materias considerados: Aço, concreto e forma ▼

☐ Incluir custo de execução

Altura

☒ Otimizar altura

Variação múltipla de: 5.00 cm

Número de tentativas de acréscimo: 1

Número de tentativas de redução: 1

Largura

☒ Otimizar largura

Variação múltipla de: 5 cm

Número de tentativas de acréscimo: 1

Número de tentativas de redução: 1

OK Cancelar Ajuda

Fonte: (EBERICK V10 NEXT)

Onde:

a) Composição do custo:

- Materiais considerados: Define os materiais a serem considerados no cálculo do custo da viga. Estão disponíveis 'Aço e concreto', 'Aço, concreto e forma' e somente 'Aço';
- Incluir custo da execução: Este parâmetro informa se serão ou não incluídos os custos de execução da viga em função dos materiais considerados.

b) Altura:

- Otimizar altura: Opção que define se a variação da altura será considerada nas variações de seção da viga.
  - Variação múltipla de: Medida de variação da altura da viga;
  - Número de tentativas de acréscimo: É definido o número de tentativas de acréscimo de altura em relação à altura original da viga, levando-se em consideração a medida de variação múltipla informada;
  - Número de tentativas de redução: É definido o número de tentativas de redução da altura em relação à altura original da viga, levando-se em consideração a medida de variação múltipla informada.

## c) Largura:

- Otimizar largura: Opção que define se a variação da largura da viga será considerada no cálculo de otimização.
  - Variação múltipla de: Medida de variação da largura da viga;
  - Número de tentativas de acréscimo: É definido o número de tentativas de acréscimo da largura em relação à largura original da viga, levando-se em consideração a medida de variação múltipla informada;
  - Número de tentativas de redução: É definido o número de tentativas de redução da largura em relação à largura original da viga, levando-se em consideração a medida de variação múltipla informada.

Após feitas as configurações desejadas para a avaliação de custo, pode-se clicar em “Ok” no diálogo do programa e será apresentado o relatório de avaliação das seções da viga.

A Figura 17 a seguir apresenta um exemplo do relatório em questão, em que utilizou-se uma viga de seção inicial 15x40 cm com o diálogo do comando pré-configurado conforme apresentado na Figura 16:

Figura 17 - Relatório de avaliação das seções da viga.

Seção (cm)	Custo de aço (R\$)		Custo de concreto (R\$)		Custo de forma (R\$)		Custo total (R\$)
	Material	Execução	Material	Execução	Material	Execução	
10 x 35	-	-	-	-	-	-	-
10 x 40	-	-	-	-	-	-	-
10 x 45	-	-	-	-	-	-	-
<b>15 x 35</b>	<b>43.46</b>	-	<b>41.05</b>	-	<b>127.02</b>	-	<b>211.54</b>
15 x 40	43.47	-	46.92	-	141.97	-	232.36
15 x 45	43.15	-	52.78	-	156.91	-	252.85
20 x 35	45.34	-	54.74	-	134.50	-	234.58
20 x 40	57.65	-	62.56	-	149.44	-	269.65
20 x 45	59.46	-	70.38	-	164.38	-	294.22

Fonte: (EBERICK V10 NEXT)

Onde:

- a) Seção (cm): Dimensões de cada seção transversal de viga a serem simulados os custos em relação à viga inicialmente adotada;
- b) Custo do aço (R\$): Custo do material aço, que além de englobar o custo de compra do aço, inclui também os custos de execução do mesmo em campo, caso desejado nas configurações prévias de otimização;
- c) Custo de Concreto (R\$): Custo do material concreto, que além de englobar o custo de compra do concreto, inclui também os custos de execução do mesmo em campo, caso desejado nas configurações prévias de otimização;

- d) Custo de forma (R\$): Custo do material forma, que além de englobar o custo de compra das formas, inclui também os custos de execução da mesma em campo, caso desejado nas configurações prévias de otimização;
- e) Custo Total (R\$): Apresenta o custo total, que inclui todos os materiais construtivos e sua execução, da seção da viga na qual o custo é simulado.

O programa destaca em negrito o texto da seção mais econômica, calculada a partir dos parâmetros inicialmente informados pelo usuário. Ficando a critério do usuário a escolha da seção transversal mais adequada ao seu projeto. Sendo que o recurso não altera a seção original da viga no projeto, e que podem ocorrer variações nos esforços da viga após a alteração da seção e o reprocessamento da estrutura pelo usuário no programa.

Além disso, as variações de seção transversal que não apresentam valores numéricos nas células de custo, são referentes às seções em que não foram atendidos os requisitos mínimos de dimensionamento, e por consequência foram descartadas. O programa também não exibe valores numéricos nas células referentes aos custos de execução, caso este tenha sido previamente configurado para não ser incluído no relatório.

Assim, caso o usuário deseje explorar mais regiões de domínio que possam ser favoráveis ao encontro de seções transversais ainda mais econômicas para a viga de concreto armado, ele pode utilizar a seção com menor custo apresentada no relatório corrente, de modo a reaplicar a avaliação das seções utilizando esta como uma nova seção inicial. E com o passar das iterações, pode ainda ser reduzido o valor da configuração de variação múltipla, a fim de encontrar resultados ainda mais precisos de economia.

### **5.2.3 Aplicar otimização**

No comando “Aplicar otimização”, o processo de otimização de vigas ocorre de forma semelhante ao primeiro no que diz respeito às variações de seção transversal, configuráveis nos dados de entrada. Porém, este comando pode ocorrer de acordo com um dos três critérios de otimização que podem ser escolhidos pelo usuário e que definem de que forma deve ocorrer a otimização da viga ou de um grupo de vigas no projeto:

- a) Melhor seção individual: Este critério irá testar as variações de seções transversais definidas pelo usuário individualmente para cada uma das vigas selecionadas;
- b) Melhor proporção no conjunto: O programa irá buscar a proporção de variação de seção que seja mais econômica para o conjunto de vigas selecionadas, ou seja, vai aumentar e diminuir largura e/ou altura de todas as vigas do conjunto de forma proporcional;

- c) Buscar seção padrão: O programa irá procurar por uma seção padrão para as vigas selecionadas, respeitando os critérios de variação configurados. Como neste caso em especial o programa busca uma seção padrão para todas as vigas selecionadas, obrigatoriamente a otimização deve ocorrer a partir da busca de variações das medidas de base e altura da viga, simultaneamente. Além disso, será utilizado para fins de escolha da seção, o maior dentre os dois valores de economia mínima de largura e altura para alterar, configurados pelo usuário.

A Figura 18 apresenta o diálogo da ferramenta:

Figura 18 - Diálogo "Aplicar otimizações" do software Eberick.

Fonte: (EBERICK V10 NEXT)

Alguns dos parâmetros do diálogo são os mesmos aplicados no item 5.2.2, sendo que dentre os novos parâmetros a serem configurados pelo usuário nesta ferramenta estão os critérios de otimização citados anteriormente e o fator “Economia mínima para alterar”, que

define um percentual de economia mínima, em relação a seção atual, para que seja alterada a largura ou a altura da seção em estudo, diretamente no projeto.

O relatório de otimização das vigas apresenta informações do custo anterior à otimização de cada viga, a simulação do custo de cada viga otimizada individualmente, e a seção ótima adotada para a viga a partir do critério de otimização selecionado inicialmente e do fator de economia mínima para a alteração da seção transversal da viga no projeto, caso o nível de economia desejado seja devidamente atendido.

A seguir é apresentado um exemplo de relatório onde foi otimizado um grupo de 5 vigas com diferentes seções iniciais, utilizando o critério “Buscar seção padrão”:

Figura 19 - Relatório de otimização de vigas.

Viga	Antes da otimização		Ótima isolada			Adotada após a otimização		
	Seção (cm)	Custo (R\$)	Seção (cm)	Custo (R\$)	Diferença (%)	Seção (cm)	Custo (R\$)	Diferença (%)
V1	20x35	153.05	15x25	116.38	-23.96	17x25	123.45	-19.35
V2	18x45	186.12	13x20	103.08	-44.62	17x25	123.45	-33.67
V3	19x40	180.46	14x20	107.51	-40.42	17x25	123.45	-31.59
V4	22x35	185.86	17x25	123.45	-33.58	17x25	123.45	-33.58
V5	20x30	143.07	15x20	113.49	-20.68	17x25	123.45	-13.72
<b>TOTAL</b>		<b>848.56</b>		<b>563.91</b>	<b>-33.55</b>		<b>617.23</b>	<b>-27.26</b>

Fonte: (EBERICK V10 NEXT)

Onde:

- Viga: Apresenta as vigas que foram selecionadas para o processo de otimização.
- Antes da otimização:
  - Seção (cm): seção da viga antes da otimização;
  - Custo (R\$): custo da seção da viga anterior à otimização.
- Ótima isolada:
  - Seção (cm): seção ótima considerando sua otimização isolada;
  - Custo (R\$): custo da seção ótima;
  - Diferença (%): diferença percentual entre o custo da seção ótima isolada e o custo da seção antes da otimização.
- Adotada após a otimização:
  - Seção (cm): seção adotada após a otimização;
  - Custo (R\$): custo da seção adotada após a otimização;
  - Diferença (%): diferença percentual entre o custo da seção adotada após a otimização e o custo da seção de antes da otimização.



## 6 CUSTO DOS MATERIAIS

Os materiais utilizados na execução de uma viga são basicamente aço, concreto e forma. Para o estudo de otimização realizado neste trabalho, os custos unitários aqui adotados serão obtidos a partir das tabelas do SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil), coletados em setembro de 2016, da cidade de Florianópolis - SC.

A seguir encontram-se os custos dos recursos materiais utilizados para o cálculo da função objetivo, nas otimizações a serem realizadas:

a) Custo do aço ( $\$_A$ ):

Tabela 3 - Tabela de custos do aço.

Bitola (mm)	Aço	Fabricação	Custo do material dobrado e cortado (R\$/Kg)
5,0	CA-60	Rolo	4,03
6,3	CA-50	Barra	4,55
8,0	CA-50	Barra	4,56
10,0	CA-50	Barra	4,36
12,5	CA-50	Barra	4,13
16,0	CA-50	Barra	4,13
20,0	CA-50	Barra	4,13

Fonte: (Adaptação SINAPI, 2016)

b) Custo do concreto ( $\$_C$ ):

Tabela 4 - Tabela de custos do concreto.

Classe de resistência	Custo do material c/ bombeamento(R\$/m³)
C20	281,89
C25	293,75
C30	303,64
C35	314,52
C40	326,39
C45	366,95
C50	435,19

Fonte: (Adaptação SINAPI, 2016)

c) Custo da forma ( $\$_F$ ):

Tabela 5 - Tabela de custos da forma.

Elemento	Custo do material (R\$/m²)
Forma 25mm	53,83

Fonte: (Adaptação SINAPI, 2016)

## 7 FORMULAÇÃO DE PROBLEMA PARA ESTUDO

Este trabalho fará um estudo dos resultados de dois diferentes métodos na otimização de vigas retangulares biapoiadas de concreto armado, sujeitas à flexão simples. Assim, serão definidos inicialmente vigas padrões para estudo, onde haverá variação em seus parâmetros afim de encontrar uma relação altura/vão apropriada, e também verificar os efeitos da variação do  $f_{ck}$  do concreto, do vão livre da viga e da carga uniformemente distribuída no custo final da viga otimizada.

O modelo inicial de viga proposto é definido conforme as informação da Tabela 6:

Tabela 6 - Dados para os problemas de otimização da altura da viga.

Dados	Valores	Unidade
bw	0,15	m
q	variável	kN/m
L	variável	m
$f_{ck}$	variável	MPa
$f_{yk}$	500	MPa
Massa específica do aço	7850	Kg/m <sup>3</sup>
$\phi$ arm. tracionada	10	mm
$\phi$ arm. comprimida	6,3	mm
Cobrimento	3	cm
$\phi$ estribo	5	mm
Min. dist. vertical entre barras	2	cm
Min. dist. horizontal entre barras	2,28	cm

Fonte: (Autor)

Em um primeiro momento será elaborado um gráfico relacionando a altura ótima encontrada em função da variação do vão efetivo da viga, sendo que será utilizado um concreto com  $f_{ck} = 25$  e uma carga acidental distribuída de 12 kN/m. Será também considerado a largura da viga fixa em 0,15 m. E a partir dos resultados será possível estabelecer uma relação entre altura/vão da viga e verificar sua variação ao longo do intervalo estudado, nessa situação.

Em seguida será realizada a otimização da altura da viga em função do  $f_{ck}$  do concreto. Será feito também um gráfico onde será considerado o vão efetivo da viga fixo em 4 metros, com uma carga acidental uniformemente distribuída de 12 kN/m sobre a viga. Com as informações de altura ótima da viga em função do  $f_{ck}$  do concreto, será possível verificar os impactos da variação da resistência do concreto nos custos de uma viga específica, e assim identificar se é compensador utilizar um concreto de custo mais elevado nesse caso.

O terceiro problema será um estudo feito através da relação do custo ótimo em função de cargas acidentais crescentes e diferentes  $f_{ck}$  de concreto, sob um vão constante de 4 metros.

Assim será feita a análise dos resultado em busca de quais resistências de concreto se adequam melhor aos mais variados graus de carga distribuída.

Por fim, será feita a otimização simultânea de largura e altura da viga, considerando os valores de  $f_{ck} = 25$  MPa, o vão fixo em 4 metros e a carga acidental no valor de 12 kN/m, em ambos os métodos, ficando assim com os seguintes parâmetros de entrada:

Tabela 7 - Dados para problema de otimização simultânea de altura e largura da viga

<b>Dados</b>	<b>Valores</b>	<b>Unidade</b>
q	12	kN/m
L	4	m
fck	25	MPa
fyk	500	MPa
Massa específica do aço	7850	Kg/m <sup>3</sup>
φ arm. Tractionada	10	mm
φ arm. comprimida	6,3	mm
Cobrimento	3	cm
φ estribo	5	mm
Min. dist. vertical entre barras	2	cm
Min. dist. horizontal entre barras	2,28	cm

Fonte: (Autor)

A partir dos resultados desta análise será possível verificar a influência da variação da largura da viga na altura e custo ótimos.

## 8 RESULTADOS E ANÁLISE

### 8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Inicialmente será feita a otimização apenas da altura da viga, de tal forma que seja possível fazer uma análise minuciosa dos resultados de custos ótimos obtidos em função dos fatores de dimensão da altura da viga, da resistência característica à compressão do concreto utilizado e qual o impacto desses fatores ao longo da variação do vão livre da viga e da aplicação de carga distribuída, em diferentes níveis de intensidade. Estes resultados poderão ser interpretados por meio de gráficos que apresentarão as informações de forma mais didática.

Em seguida será realizada a otimização de altura e largura da viga de forma simultânea com ambas as ferramentas de otimização, e dessa maneira estudar a influência da variação da largura da viga sobre a redução da altura da mesma, e o impacto sobre o custo do material utilizado.

Como apresentado no capítulo 5, os resultados de otimização do Eberick são gerados em um relatório de custos que apresenta os valores para cada seção de tentativa, configurada pelo usuário. Assim, para se atingir a seção com dimensão transversal mais econômica possível é necessário mais de uma iteração. Dessa forma, as análises realizadas sobre os resultados do Eberick neste capítulo são a partir das seções mais econômicas já encontradas pelo programa, após as iterações necessárias para o encontro dessas seções.

O Eberick utiliza diversos artifícios que auxiliam na economia do projeto, tais como o transpasse, escalonamento e a emenda de armaduras, além de possuir uma rotina de cálculo um pouco mais avançada, de modo a considerar a largura dos apoios e efeitos do vento e a umidade relativa do ar.

O SGA por sua vez, efetua um dimensionamento mais simplificado, mas também dentro dos padrões normativos. Por essa razão, devido às diferentes configurações de algoritmo em cada programa, é esperado que exista uma certa diferença entre os resultados obtidos.

### 8.2 RELAÇÃO VÃO DA VIGA X ALTURA ÓTIMA

Esta análise visa avaliar a proporção de crescimento da altura ótima necessária para a viga ao longo da expansão do vão livre da mesma, considerando uma carga distribuída constante de 12 kN/m e um concreto de  $f_{ck}$  igual a 25 MPa. E assim, a partir dos resultados será possível estabelecer relações de altura/vão encontrados para o problema por cada método.

As tabelas e gráficos a seguir representam os resultados obtidos para problema de otimização por cada método, conforme definido no capítulo 7:

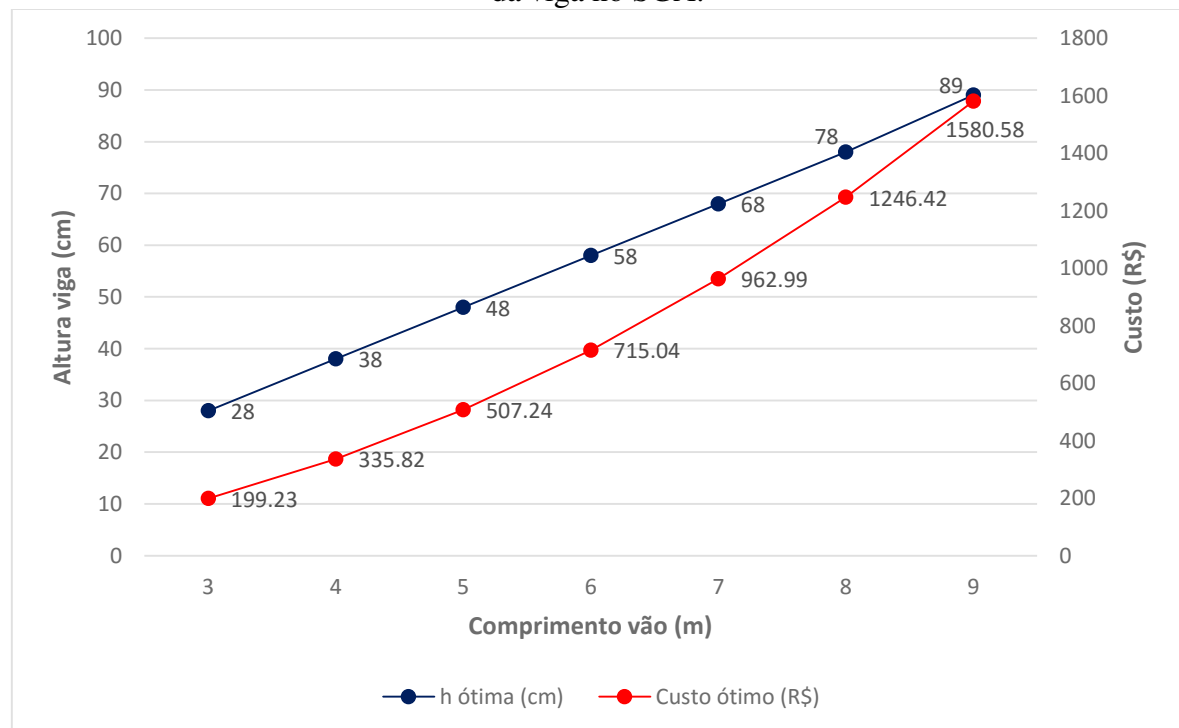
a) SGA:

Tabela 8 - Resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no SGA.

Vão (m)	h ótica (cm)	Relação h/L (%)	Flecha total (cm)	Aço		Concreto		Forma		Custo ótimo (R\$)
				R\$	%	R\$	%	R\$	%	
3	28	9,33	1,18	43,3	22	36,75	18	119,2	60	199,23
4	38	9,5	1,52	67,21	20	66,53	20	202,1	60	335,82
5	48	9,6	1,87	95,65	19	105,1	21	306,5	60	507,24
6	58	9,67	2,25	130,2	18	152,4	21	432,5	60	715,04
7	68	9,71	2,69	174,5	18	208,5	22	580	60	962,99
8	78	9,75	3,14	224,1	18	273,3	22	749	60	1246,4
9	89	9,89	3,48	280,3	18	350,9	22	949,4	60	1580,6

Fonte: (Autor)

Figura 20 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no SGA.



Fonte: (Autor)

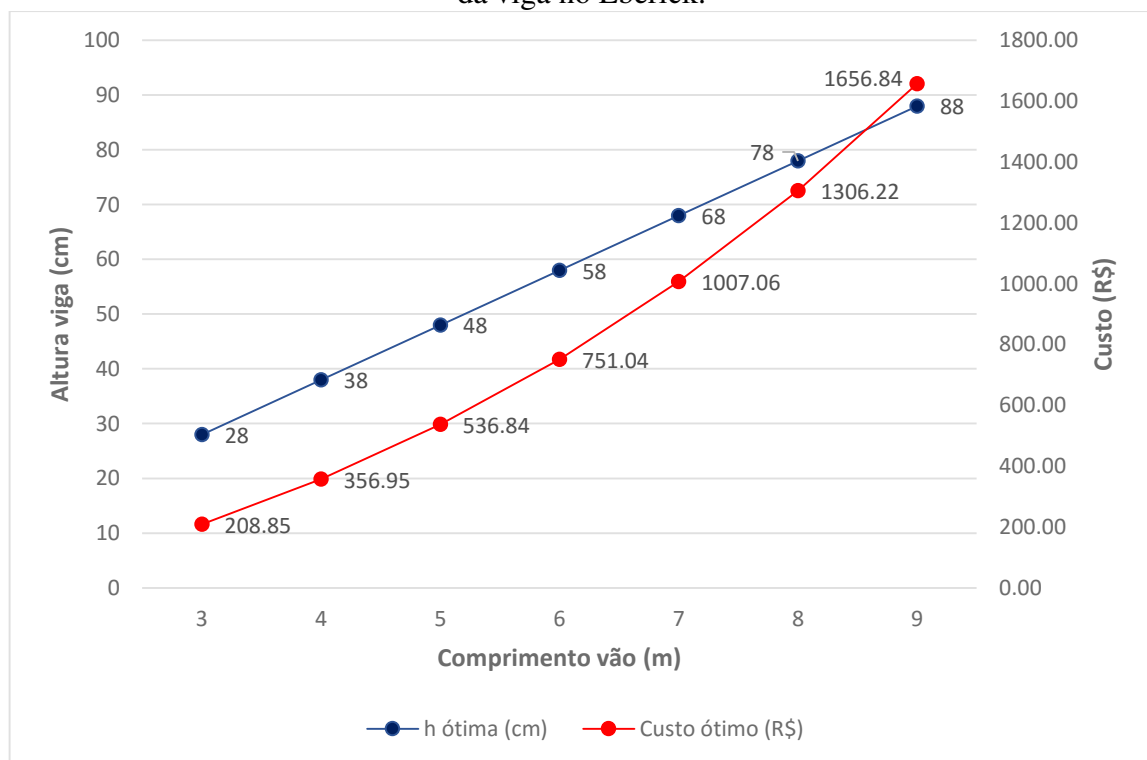
b) Eberick:

Tabela 9 - Resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no Eberick.

Vão (m)	h ótima (cm)	Relação h/L (%)	Flecha total (cm)	Aço		Concreto		Forma		Custo ótimo (R\$)
				R\$	%	R\$	%	R\$	%	
3	28	9,33	1,14	47,07	23	39,48	19	122,30	59	208,85
4	38	9,50	1,61	80,89	23	70,32	20	205,74	58	356,95
5	48	9,60	1,99	116,15	22	110,00	20	310,71	58	536,84
6	58	9,67	2,43	155,38	21	158,50	21	437,21	58	751,04
7	68	9,71	2,75	206,09	20	215,70	21	585,24	58	1007,06
8	78	9,75	3,18	269,60	21	281,80	22	754,8	58	1306,22
9	88	9,78	3,64	347,13	21	358,70	22	951,04	57	1656,84

Fonte: (Autor)

Figura 21 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação do vão livre da viga no Eberick.



Fonte: (Autor)

Pode-se observar através do comportamento das curvas dos gráficos representados nas figuras 20 e 21, que ambos os métodos apresentaram uma evolução praticamente linear da altura no intervalo estudado, mantendo a proporção altura/vão ligeiramente crescente ao longo do aumento do vão, chegando assim a valores próximos de 10,0%. Outro dado interessante, apresentado pelas tabelas 8 e 9, é a quase constante participação de cada material nos custos da viga, mesmo com o vão variando de 3 a 9 metros. A forma, apesar de aumentar sua área

conforme o crescimento da altura da viga, foi reduzindo levemente sua participação na composição de custo, enquanto o aço inicia com uma maior participação durante o vão mais curto, e vai decaindo conforme o vão aumenta, fazendo com que ao final da análise o concreto tenha uma presença mais significativa do que o aço na composição do custo.

### 8.3 RELAÇÃO FCK DO CONCRETO X ALTURA ÓTIMA

A partir dos resultados desta análise, será possível determinar a influência da resistência do material concreto no custo final da viga. A determinação do  $f_{ck}$  que deve ser utilizado muitas vezes é uma questão que gera dúvidas em engenheiros menos experientes, e que tem importante impacto no desempenho final da estrutura.

Os gráficos e tabelas a seguir apresentam os resultados obtidos da variação da altura e custos ótimos em função da variação do  $f_{ck}$  do concreto utilizado, considerando o vão da viga fixo em 4 metros e uma carga distribuída aplicada de 12 KN/m.

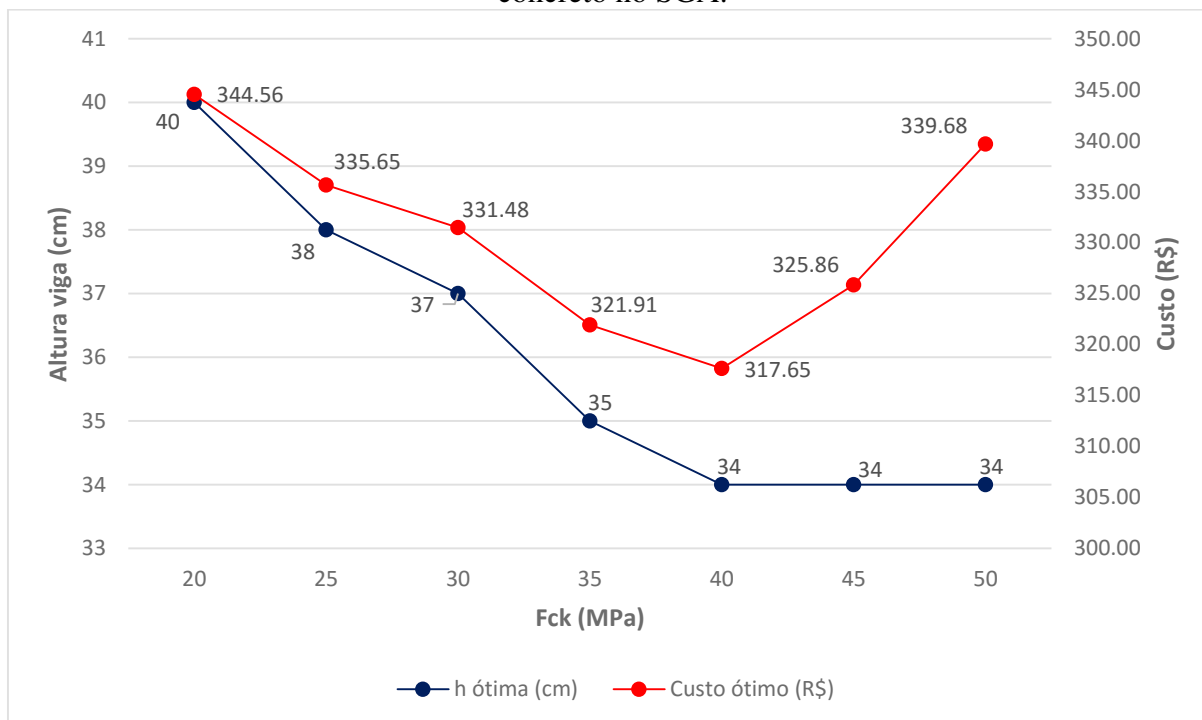
a) SGA:

Tabela 10 - Resultados da otimização da altura em função da variação  $f_{ck}$  do concreto no SGA.

fck (MPa)	h ótima (cm)	Relação h/L (%)	Flecha total (cm)	Aço		Concreto		Forma		Custo ótimo (R\$)
				R\$	%	R\$	%	R\$	%	
20	40	10,00	1,47	66,32	19	67,23	20	211	61	344,56
25	38	9,50	1,52	67,21	20	66,36	20	202,1	60	335,65
30	37	9,25	1,45	66,92	20	66,95	20	197,6	60	331,48
35	35	8,75	1,59	67,67	21	65,57	20	188,7	59	321,91
40	34	8,50	1,59	67,35	21	66,09	21	184,2	58	317,65
45	34	8,50	1,37	67,35	21	74,3	23	184,2	57	325,86
50	34	8,50	1,18	67,35	20	88,12	26	184,2	54	339,68

Fonte: (Autor)

Figura 22 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto no SGA.



Fonte: (Autor)

b) Eberick:

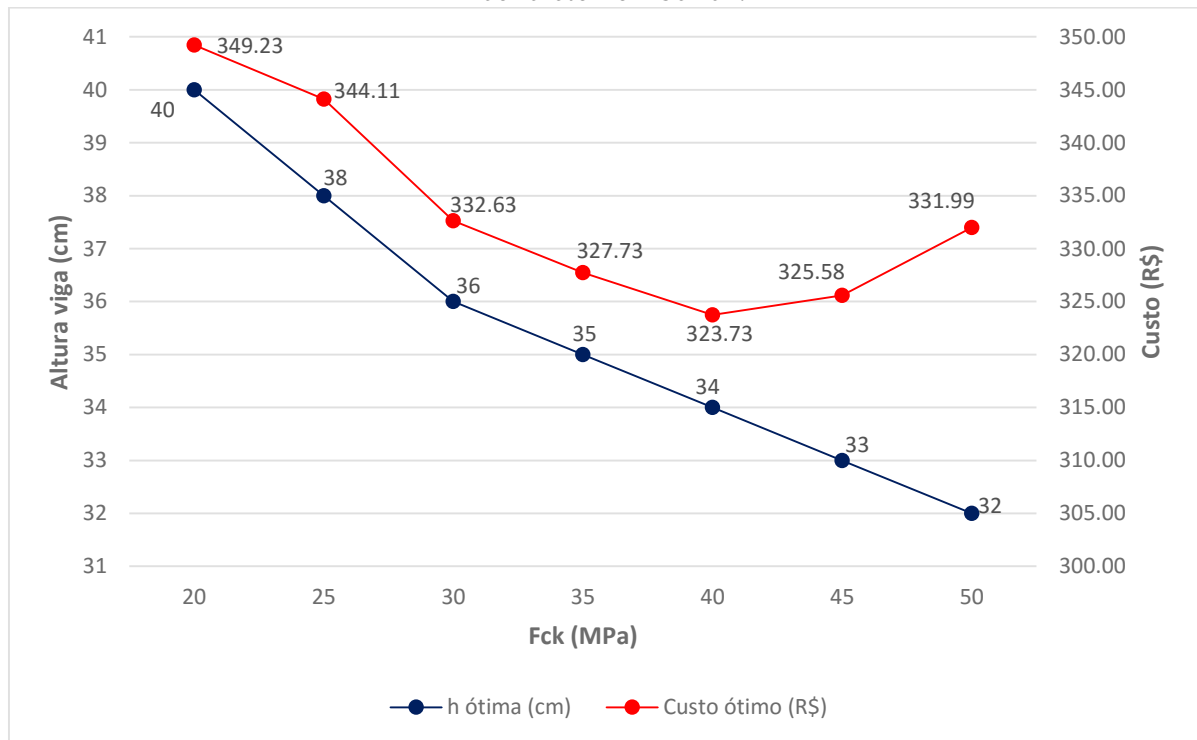
Tabela 11 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto no Eberick.

fck (MPa)	h ótima (cm)	Relação h/L (%)	Flecha total (cm)	Aço		Concreto		Forma		Custo ótimo (R\$)
				R\$	%	R\$	%	R\$	%	
20	40	10,00	1,61	63,41	18	71,04	20	214,78	62	349,23
25	38	9,50	1,61	68,05	20	70,32	20	205,74	60	344,11
30	36	9,00	1,57	67,07	20	68,87	21	196,69	59	332,63
35	35	8,75	1,54	66,21	20	69,35	21	192,17	59	327,73
40	34	8,50	1,53	66,17	20	69,91	22	187,65	58	323,73
45	33	8,25	1,55	66,16	20	76,29	23	183,13	56	325,58
50	32	8,00	1,59	65,65	20	87,73	26	178,61	54	331,99

Fonte: (Autor)



Figura 23 - Gráfico dos resultados da otimização da altura em função da variação  $f_{ck}$  do concreto no Eberick.



Fonte: (Autor)

Como pode-se constatar, os resultados obtidos por ambos os métodos mostram uma redução significativa na altura ótima da viga ao longo do crescimento da resistência do concreto utilizado no dimensionamento. O fator custo acompanha essa redução até certo ponto onde, nos estudos realizados, foi obtido o  $f_{ck} = 40$  MPa como a resistência de concreto mais econômica nas duas ferramentas de otimização, e após essa marca o aumento da resistência do concreto deixa de ser tão vantajoso, de forma que a altura da viga continua a ser reduzida, porém ocorre a elevação dos custos, que pode ser explicada pelo custo muito superior dos concretos de  $f_{ck} = 45$  MPa e  $f_{ck} = 50$  MPa em relação aos outros, como pode ser visto na Tabela 4.

Pode ser observado também uma redução da participação da forma no custo total, visto que com o aumento da resistência do concreto em um vão de comprimento constante, ocorre a redução da altura e consequentemente a área de superfície da viga se torna menor.

#### 8.4 RELAÇÃO CARGA APLICADA X $F_{CK}$ DO CONCRETO

Nesta simulação de custo, será possível ter uma visão do impacto da variação do  $f_{ck}$  ao longo da incrementação da carga acidental no custo final de cada seção transversal ótima, considerando um vão de 4 metros para a viga. E a partir da análise dos resultados, pode-se determinar qual a classe do concreto se adequa melhor, no ponto de vista econômico, para cada um dos níveis de carga aplicados nos cálculos.

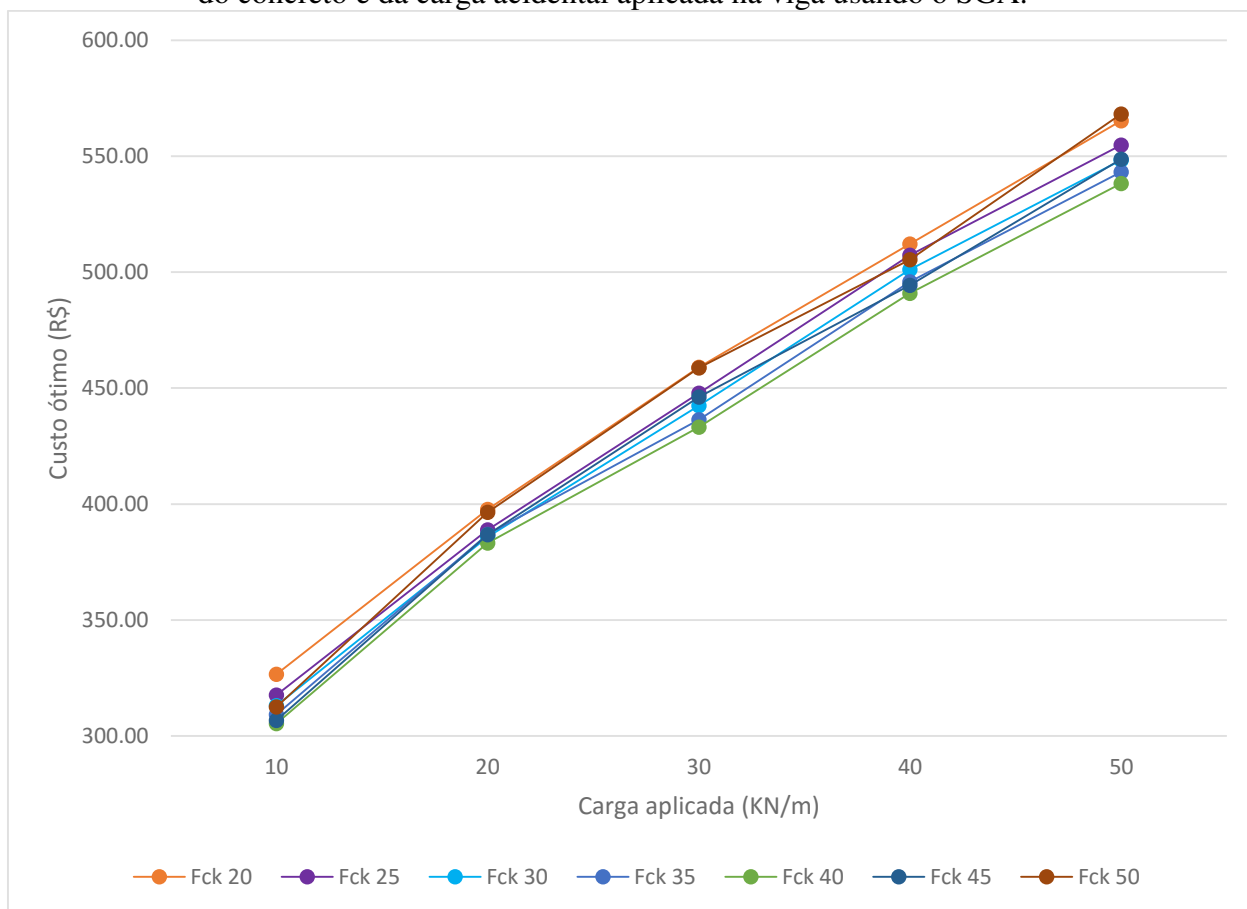
a) SGA:

Tabela 12 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto e da carga acidental aplicada na viga usando o SGA.

Carga Aplicada (KN/m)	Fck 20		Fck 25		Fck 30		Fck 35		Fck 40		Fck 45		Fck 50	
	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$	h <sub>otim</sub>	R\$
10	37	326,68	35	317,59	34	313,04	33	309,21	32	305,41	31	306,74	30	312,49
20	47	397,73	45	388,94	44	385,86	42	386,91	41	383,18	40	386,87	39	396,47
30	52	459,1	50	447,87	49	442,48	48	436,46	47	433,17	47	446,17	46	458,71
40	55	512,19	56	507,39	53	501,1	52	495,91	51	490,95	50	494,42	49	505,5
50	60	565,34	58	554,84	57	548,42	56	543,25	55	538,33	55	548,75	55	568,22

Fonte: (Autor)

Figura 24 - Gráfico dos resultados de custo da otimização da altura em função da variação fck do concreto e da carga acidental aplicada na viga usando o SGA.



Fonte: (Autor)

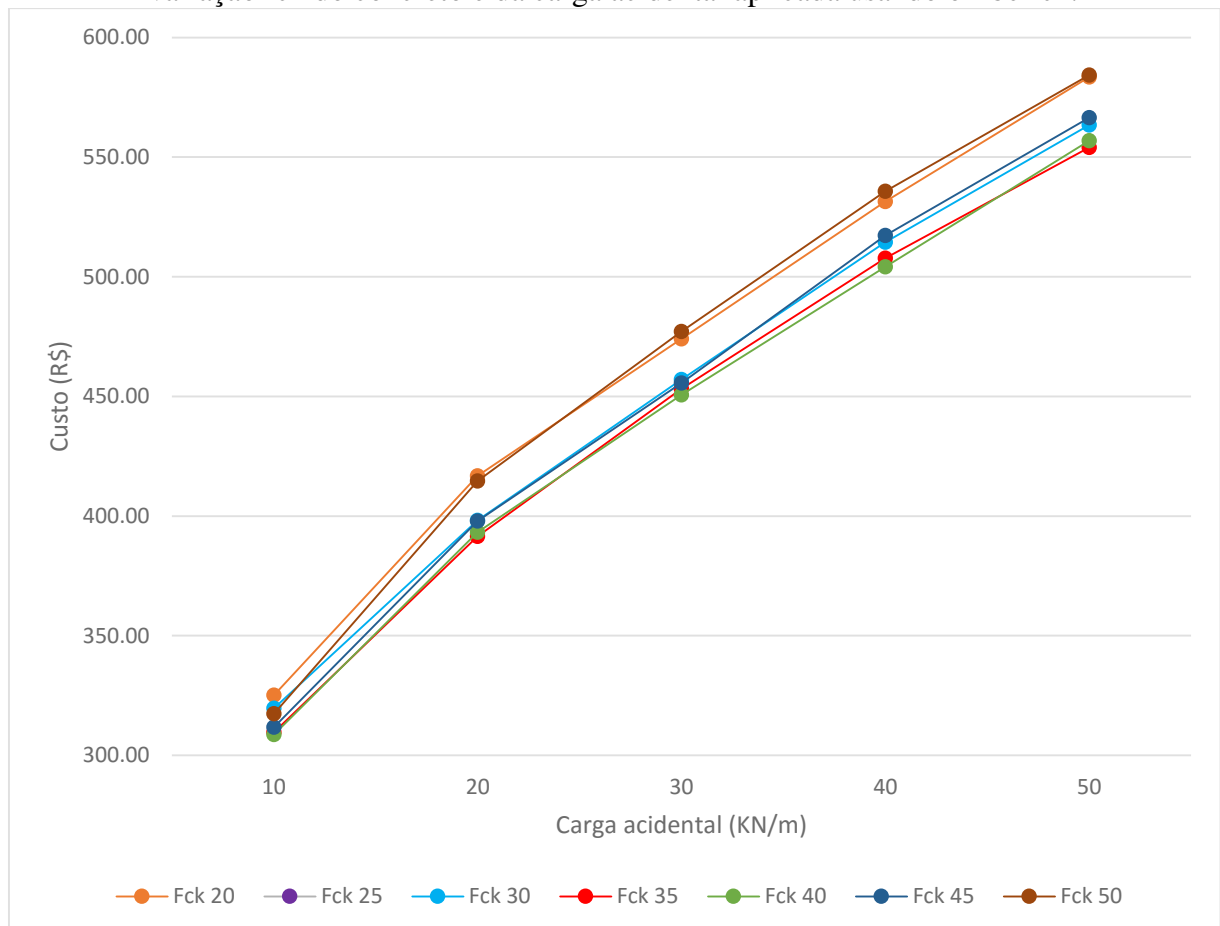
b) Eberick:

Tabela 13 - Resultados da otimização da altura em função da variação fck do concreto e da carga acidental aplicada na viga usando o Eberick.

Carga Aplicada (KN/m)	Fck 20		Fck 25		Fck 30		Fck 35		Fck 40		Fck 45		Fck 50	
	h otim	R\$	h otim	R\$	h otim	R\$	h otim	R\$	h otim	R\$	h otim	R\$	h otim	R\$
10	37	325,12	36	319,53	35	319,65	33	309,61	32	308,71	31	311,87	30	317,39
20	46	416,79	44	403,24	43	398,20	42	391,58	40	393,33	39	397,91	39	414,74
30	51	474,12	49	460,44	48	457,11	47	453,15	46	450,65	45	455,58	45	477,21
40	53	531,45	53	517,23	52	514,53	51	507,77	50	504,1	50	517,22	49	535,76
50	58	583,51	57	576,30	55	563,46	55	554,1	55	556,9	54	566,55	52	584,28

Fonte: (Autor)

Figura 25 - Gráfico dos resultados de custo da otimização da altura da viga em função da variação fck do concreto e da carga acidental aplicada usando o Eberick.



Fonte: (Autor)

Os resultados apresentados mostram que em praticamente todo o intervalo de cargas estudado, os concretos de resistências medianas se mostraram mais econômicos para o projeto,

sendo que dentre eles, o concreto de  $f_{ck} = 40$  MPa demonstrou ser o mais vantajoso neste aspecto, assim como já ocorreu no problema analisado no item 8.3 deste trabalho.

Apesar dos resultados aqui apresentados mostrarem o concreto de  $f_{ck} = 40$  MPa como o mais vantajoso, isso não pode ser considerado uma regra, já que em diferentes regiões ou períodos de tempo, existe a variação do custo desse material em relação aos outros concretos de diferentes resistências, implicando assim em uma possível variação do material mais econômico a ser utilizado no projeto.

## 8.5 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA DE ALTURA E LARGURA DA VIGA

Esta análise será feita em torno dos resultados da otimização simultânea de altura e largura da viga retangular de concreto armado, conforme o problema para estudo formulado na Tabela 7 do capítulo 7 deste trabalho.

O Eberick necessita de dados iniciais da seção transversal da viga para a partir deles buscar outras possibilidades de seções mais econômicas. Por essa razão, será atribuída inicialmente uma largura de 15 cm e uma altura de 30 cm, com as configurações de busca da seção ótima ajustadas conforme a Figura 26.

Figura 26 - Diálogo "Avaliar seções" do software Eberick

**Avaliar seções da viga V1**

Composição do custo

Materias considerados: Aço, concreto e forma

☐ Incluir custo de execução

Altura

☒ Otimizar altura

Variação múltipla de: 1.00 cm

Número de tentativas de acréscimo: 5

Número de tentativas de redução: 5

Largura

☒ Otimizar largura

Variação múltipla de: 1.00 cm

Número de tentativas de acréscimo: 5

Número de tentativas de redução: 5

OK Cancelar Ajuda

Fonte: (EBERICK V10 NEXT)

Já para a otimização simultânea de altura e de largura da viga feita pelo SGA, o resultado das dimensões ótimas será dado de forma direta, sendo apresentados também os dados relativos ao detalhamento sugerido pelo algoritmo.

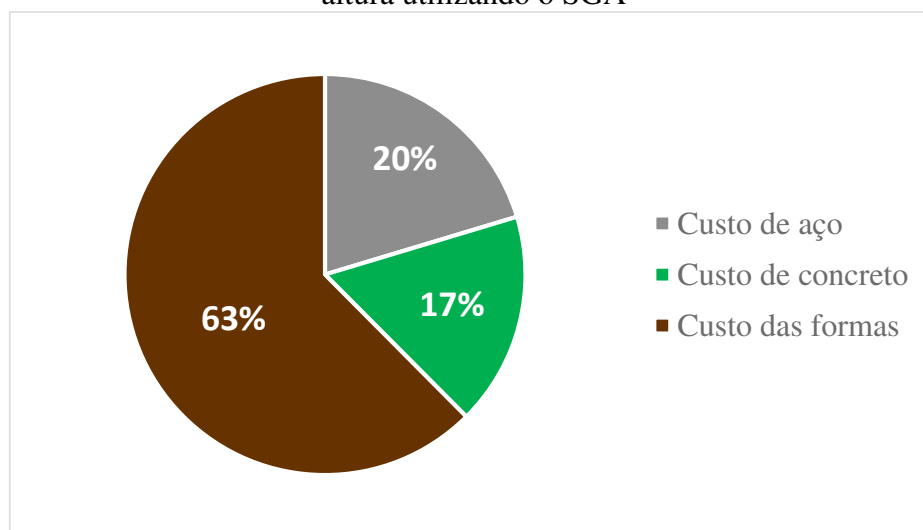
a) SGA:

Tabela 14 - Resultados da otimização simultânea de largura e altura da viga utilizando o SGA

Dados	Qtd.	Unidade
bw	12	cm
h	40	cm
As	2,58	cm <sup>2</sup>
Asl	0	cm <sup>2</sup>
Nro barras de tração adotado ( $\phi 10$ )	4	un
Nro barras armadura superior ( $\phi 6,3$ )	2	un
As adotado	3,14	cm <sup>2</sup>
Asl adotado	0,63	cm <sup>2</sup>
Espaçamento entre estribos	20,7	cm
Asw ( $\phi 5$ )	1,9	cm <sup>2</sup> /m
Flecha total	1,59	cm
Custo de aço	66,22	R\$
Custo de concreto	55,96	R\$
Custo das formas	203,26	R\$
Custo total	325,44	R\$

Fonte: (Autor)

Figura 27 - Gráfico da composição de custos da viga após otimização simultânea de largura e altura utilizando o SGA



Fonte: (Autor)

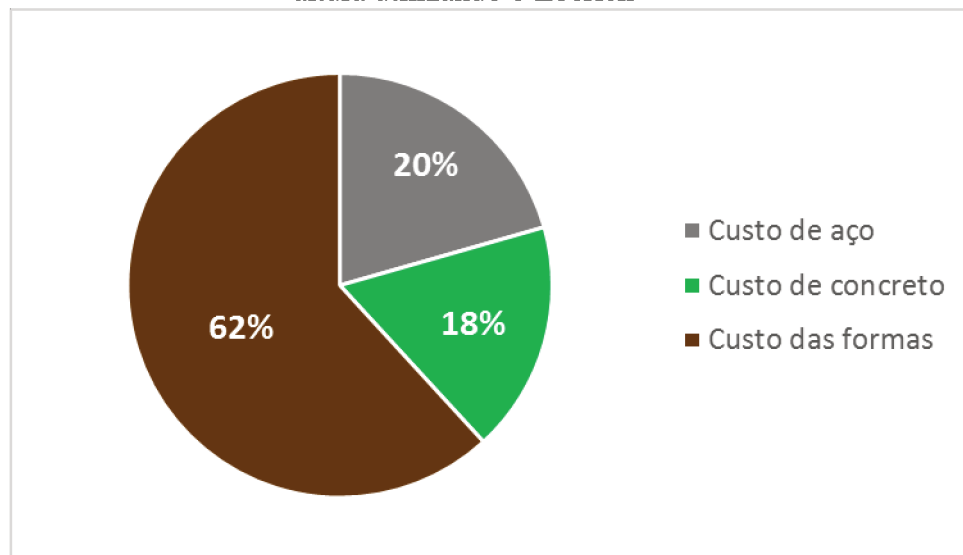
b) Eberick:

Tabela 15 - Resultados da otimização simultânea de largura e altura da viga utilizando o Eberick

Dados	Qtd.	Unidade
bw	12	cm
h	40	cm
As	2,70	cm <sup>2</sup>
Asl	0	cm <sup>2</sup>
Nro barras de tração adotado ( $\phi 10$ )	4	un
Nro barras armadura superior ( $\phi 6,3$ )	3	un
As adotado	3,14	cm <sup>2</sup>
Asl adotado	0,94	cm <sup>2</sup>
Espaçamento entre estribos	20,00	cm
Asw ( $\phi 5$ )	1,23	cm <sup>2</sup> /m
Flecha total	1,53	cm
Custo de aço	69,26	reais
Custo de concreto	59,22	reais
Custo das formas	208,00	reais
Custo total	336,48	reais

Fonte: (Autor)

Figura 28 - Gráfico da composição de custos da viga após otimização simultânea de largura e altura utilizando o Eberick



Fonte: (Autor)

Pode-se observar pelos resultados, que ambos os programas de otimização encontraram a mesma seção ótima, como já vinha ocorrendo em boa partes dos problemas analisados até então.

Foi verificado ainda, que o Eberick adotou três barras de aço para a armadura superior, enquanto o SGA adotou apenas duas. Isso pode ser explicado devido à limitação da função

objetivo aplicada ao SGA neste trabalho, que considera para o cálculo da altura útil apenas uma camada de armadura, sendo que os resultados de armadura de tração obtidos aplicados a uma largura de 12 cm, seriam necessárias pelo menos duas camadas.

Com a variação da largura foi possível obter dimensões ainda menores, de modo a reduzir o fator peso próprio, e consequentemente reduzir a solicitação de cargas na viga. Isso impactou no uso de menos recursos e portanto, maior economia.

## CONCLUSÃO

Apesar de esperada uma certa diferença nos resultados obtidos através da otimização realizada pelo algoritmo SGA aplicado ao MATLAB com relação ao Eberick, as discrepâncias apresentadas foram mínimas entre ambos os métodos.

E através das análises realizadas foi constatado que nem sempre a viga de menores dimensões em sua seção transversal irá retornar os menores valores de custo em termos de materiais utilizados, pois com a redução da seção transversal, maior será a participação do aço na composição do custo e consequentemente, poderá haver o encarecimento do projeto. Todavia, menores dimensões transversais são responsáveis pela redução da área de superfície da viga, que por fim impacta em uma menor utilização de formas, insumo este preponderante na composição do custo das vigas, com participação de até 60% do total.

Foi verificado também nos problemas estudados, que o aumento da resistência característica do concreto utilizado possibilita a redução da altura ótima da viga, e que na maioria dos casos a escolha de concretos de maior resistência influi em custos menores para o projeto. E conforme os resultados obtidos, foi constatado em ambos os métodos, que o concreto com  $f_{ck} = 40$  MPa resulta em menores custos para a viga estudada nos mais diversos graus de aplicação de carga distribuída. Porém, é preciso ter cautela na decisão de qual classe de concreto deve ser utilizada em um projeto, visto que o estudo feito foi uma análise local de viga retangular de concreto armado, com parâmetros específicos e com preços de insumo definidos para uma região e data específicos.

Sugere-se para trabalhos futuros o estudo da otimização das vigas em um caráter global, com a aplicação da otimização em diferentes grupos de vigas, em busca de uma padronização de seções, que além da redução dos custos materiais dos elementos, possibilitem uma melhor trabalhabilidade do projeto em sua execução.

Por fim, pode-se concluir que os objetivos iniciais para este trabalho foram alcançados e que o estudo realizado foi de excepcional importância na compreensão dos conceitos de otimização e sua aplicação em vigas retangulares de concreto armado. Apresentando também a relevância dos mais diversos fatores envolvidos neste processo.



## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estrutura de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro. 238p. 2014.
- ARGENTA, M. A. Apostila de resistência dos materiais. **Departamento de Estruturas - Universidade Federal do Paraná**, 2011. Disponível em: <<http://www.estruturas.ufpr.br/wp-content/uploads/resistencia/Apostila/Capitulo4.pdf>>. Acesso em: 23 setembro 2016.
- ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 2nd. ed. San Diego: Elsevier, 2004.
- BALLING, R. J.; YAO, X. Optimization of reinforced concrete frames. **Journal of Structural Engineering, ASCE**, v. 123, n. 2, p. 193-202, 1997.
- BARBOSA, M. D. A. **Análise de flechas em vigas de concreto armado**. TCC de Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza. 78p. 2010.
- BASTOS, E. A. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua Utilizando Algoritmos Genéticos**. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 151f. 2004.
- BASTOS, P. S. S. Notas de aula da disciplina Estruturas de Concreto I. **Departamento de Engenharia Civil - Universidade do Estado de São Paulo**, 2015. Disponível em: <<http://www.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/FlexaoSimples.pdf>>. Acesso em: 23 Setembro 2016.
- CARRARO, F. **Otimização estrutural de pórticos planos utilizando o algoritmo SGA**. TCC de Graduação em Engenharia Civil - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 93p. 2015.
- FRIEL, L. L. **Optimum Singly Reinforced Concrete Sections**. ACI Journal, v. 71, : n.11, pp. 556-558, 1974.
- GONÇALVES, M. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. Search group algorithm: A new metaheuristic method for the optimization of truss structures. **Computers and Structures**, v. 153, p. 165-184, 2015.

HEYMAN, J. **Plastic Design of Beam and Frames for Minimum Material Consumption**. Q. Appl. Math, 8: 373-381: apud LEMONGE, 1956.

JULIANI, M. A. **Otimização estrutural de vigas biapoiadas de concreto armado utilizando o algoritmo SGA**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. 11p. Florianópolis. 2016.

KANAGASUNDARAM, S.; KARIHALOO, B. L. Optimim Design od Frames under Multiple Loads. **Computer & Structures**, v. 36, n. 3, p. 443-489, 1990.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro. 305p: Interciência, v. 1, 1982.

LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. **Introdução a otimização estrutural**. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 7p. 2013.

MATTOS, N. C. Dimensionamento de vigas à flexão simples. **AltoQi**, 2010. Disponível em: <<http://faq.altoqi.com.br/content/268/651/pt-br/dimensionamento-de-vigas-a-flex%C3%A3o-simples.html>>. Acesso em: 29 setembro 2016.

MEDRANO, M.S. **Aplicações de programação matemática em análise estrutural**. Dissertação (mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. 1994.

MENEZES, F. A. Reações de Apoio. **FEC - UNICAMP**, 2004. Disponível em: <[http://www.fec.unicamp.br/~fam/novaes/public\\_html/iniciacao/teoria/reacoes/t4.htm](http://www.fec.unicamp.br/~fam/novaes/public_html/iniciacao/teoria/reacoes/t4.htm)>. Acesso em: 7 setembro 2016.

MERLIN, A. J. **Análise probabilística do comportamento ao longo do tempo de elementos parcialmente pré-moldados com ênfase em flechas de lajes com armação treliçada**. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos. 212p. 2006.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. Vigas - Cap. 15. **FEC UNICAMP**, 2003. Disponível em: <<http://www.fec.unicamp.br/~almeida/cv714/Vigas.pdf>>. Acesso em: 2 outubro 2016.

SINAPI - **Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil**. Disponível em: <[http://www.caixa.gov.br/site/paginas/downloads.aspx#categoria\\_670](http://www.caixa.gov.br/site/paginas/downloads.aspx#categoria_670)> . Acesso em: 01 de outubro 2016.

SPIRES, D.; ARORA, J. S. Optimal design of tall RC-framed tube buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 4, p. 877-897, April 1990.

VIANNA, L. C. C. Otimização de seções transversais de concreto armado: Aplicação a pórticos. **Dissertação de mestrado - Departamento de Estruturas - Escola de Engenharia de São Carlos**, São Carlos, 2003.



## A.2 CÁLCULO DA VIGA RETANGULAR DE CONCRETO SUBMETIDA A CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

```

1  %% CÁLCULO DA VIGA:
2  dl = 0.1*x(2);
3  d = x(2)-dl; % Estimativa inicial para a altura efetiva (m)
4
5  %Adicionar carga peso:
6  Volviga = x(1)*x(2); % Volume da viga
7  qviga = Volviga*roConc;
8  q = q+qviga;
9
10 %Momento solicitante de cálculo - ELU (KN.m):
11 Msd = (q*gamac*(L^2)/8);
12
13 %Parâmetros fixos para fck<=50Mpa - Diagrama retângular:
14 Ecu = 3.5; % Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
15 lambda = 0.8;
16 ac = 0.85; % Parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão
17
18 %Posição da linha neutra:
19 fcd = fck*1000/gamac; % Resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/m²)
20 fyd = fyk*1000/gamas; % Resistência de cálculo do aço (kN/m²)
21 s = (d-sqrt(d^2-(2*Msd/(ac*fcd*x(1))))) / lambda; % Posição da linha neutra (m)
22 if (d^2-(2*Msd/(ac*fcd*x(1)))) < 0;
23     s=100;
24 end
25
26 %Área de aço:
27 if s/d <= 0.45;
28     disp('Armadura Simples')
29     As = Msd/(fyd*(d-0.5*lambda*s)); % Área de aço longitudinal inferior (m²)
30
31     %Armadura mínima:
32     Amin = romin*x(1)*x(2)/100;
33     if Amin > As;
34         As = Amin;
35     end
36 Asl = 0; % Área de aço superior(m²)
37 As; %Área de aço inferior(m²)
38
39 else
40     disp('Armadura Dupla')
41     s = 0.45*d;
42
43     %Momento limite resitado (máximo momento resistido com armadura simples
44     limite de x/d=0.45):
45     Mlim = ac*fcd*lambda*x(1)*s*(d-0.5*lambda*s); % (KN.m)
46
47     %Área de aço - (Definida pelo máximo momento resistido pela armadura
48     simples):
49     As1 = Mlim/(fyd*(d-0.5*lambda*s)); % (m²)
50
51     %Delta M (parcela de momento que será resitada pelo binário formado pelas
52     armaduras):
53     deltaM = Msd-Mlim; % (KN.m)
54     As2 = deltaM/(fyd*(d-dl)); % (m²)
55     As = As1+As2; % Área de aço inferior (m²)
56
57     %Armadura mínima:
58     Amin = romin*x(1)*x(2)/100;

```

```

56     if Amin > As;
57         As = Amin;
58     end
59
60     %Área de aço superior:
61     es = abs((s-dl)*Ecu/s);
62     if es > 2.07;
63         sigl = fyd;
64     else sigl=210000*es; %kN/m²
65     end
66     Asl = deltaM/(sigl*(d-dl)); % m
67 end
68 Asl % Área de aço superior(m²)
69 As % Área de aço inferior (m²)
70
71
72 %% DETALHAMENTO:
73 % Quantidade de barras necessárias na parte inferior
74 nadot = ceil(As/((pi*(fi^2)/4)));
75 if nadot<2;
76     nadot=2;
77 end
78
79 % Quantidade de barras necessárias na parte superior
80 nadots = ceil(Asl/((pi*(fisup^2)/4)));
81 if nadots<2;
82     nadots=2;
83 end
84
85 %Área de aço adotada:
86 Asadot = nadot*((pi*(fi^2)/4)); % Área de aço adotado na parte inferior
87 Asladot = nadots*((pi*(fisup^2)/4)); % Área de aço adotado na parte superior
88
89 %Largura efetiva da viga
90 bef = x(1)-2*c-2*fit;
91
92 %Espaçamento mínimo horizontal entre as barras
93 ah = max([2/100, fi, 1.2*dmax]);
94
95 %Espaçamento mínimo vertical entre as barras
96 av = max([2/100, fi, 0.5*dmax]);
97
98 %Número máximo de barras por linha inferior
99 n = fix((bef+ah)/(ah+fi));
100
101 %Número de linhas necessárias na parte inferior
102 nlinhas = ceil(nadot/n);
103
104 %Número máximo de barras por camada superior
105 ns = fix((bef+ah)/(ah+fisup));
106
107 %Número de linhas necessárias superior
108 nlinhasup = ceil(nadots/ns);
109
110 Ast = Asladot+Asadot; %área de aço total após detalhamento
111
112 nadot
113 nadots
114 Asadot
115 Asladot
116
117 %% VERIFICAÇÃO
118 if nlinhasup==1

```

```

119         if nlinhas<=4;
120             if nlinhas==1;
121                 Sas = ((nadot)*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi/2));
122             elseif nlinhas==2;
123                 Sas = (n*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi/2))+((-
n+nadot)*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi/2));
124             elseif nlinhas==3;
125                 Sas =
(n*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi/2))+n*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi/2))+((-
(n*2)+nadot)*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi+av+fi/2));
126             elseif nlinhas==4;
127                 Sas=(n*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi/2))+((n)*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi/2))+n*(pi
*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi+av+fi/2))+((-
(n*3)+nadot)*(pi*(fi^2)/4)*(c+fit+fi+av+fi+av+fi+av+fi/2));
128             end
129             dcg = Sas/Asadot; % CG da armadura inferior
130             deltacg = dcg-c-fit-fi/2;
131             def = x(2)-dcg;
132             dllef = c+fit+fisup/2; %Distância da parte superior ao centro da
armadura superior
133
134             if Asl==0
135                 snovo=fyd*Asadot/(0.68*fcd*x(1)); % Posição na LN com o novo d
136                 Mrd=Asadot*fyd*(def-0.4*snovo); %Momento Resistente
137             else
138                 snovo = fyd*(Asadot-Asladot)/(0.68*fcd*x(1)); % Posição na LN com
o novo d
139                 es = abs((snovo-dllef)*Ecu/snovo);
140                 if es>2.07;
141                     sigl=fyd;
142                 else sigl=210000*es; %kN/m²
143                 end
144                 Mrd = 0.85*fcd*x(1)*0.8*snovo*(def-0.4*snovo)+Asladot*sigl*(def-
dllef); % Momento Resistente
145             end
146             if Mrd>=Msd
147
148                 %Preço da viga:
149                 Vconc = ((x(2)*x(1))-Ast)*L;
150                 custoArm = (PreArm*Ast*roArm*L);
151                 custoC = (Vconc*PreConc);
152                 custoForm = ((x(2)*L²+x(1)*x(2)*2+x(1)*L)*PreForm);
153                 y=custoArm+custoC+custoForm;
154                 custoArm
155                 custoC
156                 custoForm
157
158
159             else
160                 y=10^6;
161             end
162             if snovo>0.45*def
163                 y=10^6;
164             end
165             if deltacg > 0.1*x(2)
166                 y=10^6;
167             end
168
169             %Verificação da armadura máxima
170             if Ast>0.04*(x(1)*x(2));
171                 y=10^6;
172             end

```

```

173
174      %Verificação da tensão de compressão atuante nas bielas de concreto e
      cálculo do estribo
175      alfav = (1-fck/250);
176      Vrd2 = 0.27*alfav*fcd*x(1)*def;
177      Vsd = (q*1.4*L/2);
178      if Vrd2<Vsd;
179          y = 10^6;
180      end
181      Vsw = Vsd-0.6*0.15*(fck^(2/3))*1000*x(1)*(def); % Parcela resistida
      pela armadura transversal;
182      Asws = Vsw/(0.9*(def)*fyd); % Área de estribo por metro
183      Aswmin = 0.2*0.3*(fck^(2/3))*1000*x(1)/600000; % Supondo CA60
184      if Asws<Aswmin
185          Asws = Aswmin;
186      end
187      nestribom = Asws/(2*((pi*fit^2)/4)); % Número de estribo por metro
188      espestribo = 1/nestribom; % Espaçamento entre estribos
189      if Vsd <= 0.67*Vrd2
190          if espestribo > min(0.3,0.6*def)
191              espestribo=min(0.3,0.6*def);
192              nestribom=1/espestribo;
193              Asws=nestribom*(2*((pi*fit^2)/4));
194          end
195      else
196          if espestribo > min(0.2,0.3*def)
197              espestribo=min(0.2,0.3*def);
198              nestribom=1/espestribo;
199              Asws=nestribom*(2*((pi*fit^2)/4));
200          end
201      end
202      ntotalestribo = ceil(L*nestribom)+1; %Número total de estribos
203      Prearm2=ntotalestribo*2*(x(1)+x(2))*((pi*fit^2)/4)*roArm*PreArm;
204      y=y+Prearm2;
205      Prearm2
206      espestribo
207      Asws
208      %Cálculo da flecha
209      rol=Asladot/(x(1)*def);
210      alfaf=1.32/(1+50*rol);
211      Es = 210e3; % aço
212      yc = 1.4;
213      fctm = 0.3*(fck^(2/3));
214      ae = 1.0;
215      % Módulo de elasticidade inicial
216      if (20<=fck)&&(fck<=50)
217          Eci = ae*5600*sqrt(fck); %MN/m
218      else if (55<=fck)&&(fck<=90)
219          Eci = 21.5*1e3*ae*(fck/10 + 1.25)^(1/3);
220      end
221      end
222      % Módulo de elasticidade secante
223      if (20<=fck)&&(fck<=90)
224          ai = 0.8 + 0.2*fck/80;
225          if ai > 1
226              ai = 1;
227          end
228      end
229      Ecs = ai*Eci;%MN/m
230      nn = Es/Ecs;
231
232      % características geométricas das seções
233      Ic = x(1)*(x(2)^3)/12;

```



```

234         xi = ((nn-1)*(Asladot*dlllef+Asadot*def)+0.5*x(1)*(x(2)^2))/((nn-
1)*(Asladot+Asadot)+x(1)*x(2));
235         Ii = x(1)*(x(2)^3)/12+x(1)*x(2)*(x(2)/2-xi)^2+(nn-1)*Asladot*(xi-
dlllef)^2+(nn-1)*Asadot*(def-xi)^2; %m^4
236         xii = -((nn-1)*(Asladot+Asadot)+Asadot)/x(1)+sqrt((((nn-
1)*(Asladot+Asadot)+Asadot)/x(1))^2+2*nn*(Asladot*dlllef+Asadot*def)/x(1)-
2*Asladot*dlllef/x(1));
237         Iii = x(1)*(xii^3)/3+(n-1)*Asladot*(xii-dlllef)^2+nn*Asadot*(def-
xii)^2; %m^4
238         % momento de fissuração
239         a = 1.5;
240         fct = fctm;
241         Mr = (a*fct*Ic/(x(2)/2))*1000; % considerando seção bruta (Junges
2011) fixo para todas as vigas
242         % distributed load (P = qs - KN/m) para cada viga
243         Ma = (q*L^2)/8;
244         if abs(Ma) <= Mr
245             I = Ii;
246         else
247             I = ((Mr/abs(Ma))^3)*Ii + (1 - ((Mr/abs(Ma))^3))*Iii;
248         end
249         % E: modulus of elasticity; I: moment of inertia; L: length of beam
250         EI = Ecs*I*1000; % flexural rigidity
251         f = 5*q*(L^4)/(384*EI);
252         f=f*(1+alfaf);
253         if f>L/250;
254             y = 10^6
255         end
256         f
257         if n==1
258             y=10^6;
259         end
260     else
261         y=10^6;
262     end
263 else
264     y=10^6;
265 end
266 y %custo final
267
268     end
269
270 end

```

## APÊNDICE B – ROTINAS COMPUTACIONAIS: SGA

### B.1 ROTINA PRINCIPAL

```

1      function[minimo,coordenadas,dadositeration,diversidade]=RGA(F,alfa0,alfam
    in)
2      % Programado para encontrar o conjunto de coordenadas, contido dentro dos
3      % limites de lsup e linf, ao qual minimizam o valor de fobj, quando
4      % comparados com qualquer outro conjunto de coordenadas que respeite as
5      % mesmas restrições
6      % lsup = limite superior do domínio analisado
7      % linf = limite inferior do domínio analisado
8      % alfa0 = porcentagem de aleatoriedade principal
9      % alfamin = porcentagem minima de aleatoriedade, visa garantir que a
10     % aleatoriedade nunca zere
11     % funobj = função a ser otimizada
12
13     format long
14     %% Parametros do Otimizador
15     %aqui são inicializados todos os parâmetros necessários para o
16     %funcionamento do algoritmo, cada qual sera explicado em particular;
17
18     [linf,lsup,fobj,dim] = fobjs(F);
19
20     elite = 1;
21     %Define a porcentagem de individuos que, pelo seu rank, garantem vaga no
    grupo ...
22     a. de otimização
23     %sem necessitar participar do torneio
24
25     n = 100;
26     %População
27
28     nmax = 200;
29     %Número máximo de iterações
30
31     ng=0.2;
32     %Define o tamanho do grupo de otimização, representa a porcentagem do
    tamanho deste
33     %com relação a população total
34     nglobal = 0.7;
35     %Porcentagem das iterações dedicadas à otimização global
36     %nlocal = 1 - nglobal;
37
38     nlocal = round(100*(1-nglobal))/100;
39     %Porcentagem das iterações dedicadas à otimização local
40
41     npertub = 5;
42     %Quantidade de individuos inseridos no processo de otmização, por meio de
43     %pertubação relacionada a media e desvio padrão do grupo total
44
45     residuominimo = 0.01;%0.002;
46     %Porcentagem do alfaminimo que atuara como limitante inferior na
47     %aleatoriedade na etapa de otimização local
48
49     matrizaleatoriedade =[1 -4/(nmax*nglobal);0.25 -1/(4*nmax*nglobal);0 0];
50     %Coeficientes linear e angular, respectivamente, das retas que definem o
51     %decaimento da aleatoriedade com o número de iterações, referentes à
    etapa
52     %de otimização global
53
54     numeroderetas=size(matrizaleatoriedade);
55     %Número de retas utilizadas para definir o decaimento da aleatoriedade
56     %descrito anteriormente
57
58     tamanhotorneio = 4;
59     %Define o número de individuos que se enfrentara em cada etapa do torneio

```

```

58
59     alfa = (alfa0+alfamin)*(lsup-linf);
60     %Define a aleatoriedade de cada iteração, representa a amplitude do
domínio
61     %ao qual cada indivíduo pertencente ao grupo de otimização pode gerar um
descendente
62
63     if length(lsup) ~= length(linf)
64         disp('Dimensões inválidas');
65     else %verifica se os limitantes do domínio tem as mesmas dimensões
66         %% Gera população inicial
67         %Após a inicialização do algoritmo, este começa seu processo de
68         %otimização gerando a população inicial, de maneira aleatória em
69         %qualquer posição do domínio
70         x = bsxfun(@plus,linf,bsxfun(@times,lsup-linf,rand(n,dim)));
71         x = round(x);
72         %% Avalia fitness da população
73         %Avalia o valor da função objetivo em cada indivíduo da população
74         %inicial. A matriz bancodedados armazena todos os dados referentes as
75         %coordenadas e avaliação da função objetivo de todos os indivíduos
76         fertilidade = zeros(n,1);
77         for i = 1:n
78             fertilidade(i,1) = fobj(x(i,:));
79         end
80         bancodedados = [fertilidade x];
81         bancodedados = sortrows(bancodedados,1);
82
83         %% Seleção do primeiro grupo de otimização
84         %Aqui inicia-se o processo de seleção de indivíduos para participarem
85         %do grupo de otimização, que tem por responsabilidade gerar os
86         %indivíduos para as próximas etapas do processo de otimização. O vetor
87         %índices contém o índice de cada indivíduo selecionado. Uma parte esta
88         %selecionada diretamente pelo rank, definidos pelo parâmetro elite.
89         %Outra parcela é selecionada pelo algoritmo de torneio
90
91         indices = (1:n*ng)';
92         indicestorneio =torneio(bancodedados(:,1),n*(1-elite)*ng,tamanhotorneio);
93         dadositeration= zeros(nmax,dim+1);
94         indicestorneio = sort(indicestorneio);
95         indices(elite*ng*n+1:n*ng) = indicestorneio(:,1);
96
97         %% Formação do primeiro grupo de otimização
98         %Aqui efetivamente se monta o grupo de otimização, selecionando os
99         %membros pelos índices determinados anteriormente
100        cresceram = zeros(n*ng,dim+1);
101        for i = 1:n*ng
102            local = indices(i);
103            cresceram(i,:) = bancodedados(local,:);
104        end
105
106        %% Início do processo iterativo
107        %Inicia-se a seguir o processo iterativo de otimização. Primeiramente
108        %inicia-se pelo otimização global, onde busca-se explorar o máximo
possível o domínio.
109        %Após isso inicia-se uma etapa local, onde busca-se otimizar ainda
110        %mais a função objetivo nas proximidades do ponto ótimo até então
111
112        %% Processo de otimização global
113        %No processo de otimização global, cada indivíduo do grupo de
114        %otimização pode gerar um determinado número de outros indivíduos. A
115        %quantidade de filhos que ele pode ter é função do seu rank no grupo.
116        %Cada família acaba por ser avaliada e apenas o melhor indivíduo fara
117        %parte do próximo grupo de otimização, até terminarem as iterações.
118        %Após a geração de cada novo grupo de otimização, um determinado número
119        %de outros indivíduos substituem alguns membros já pertencentes deste

```

```

120 %grupo. O número de indivíduos que farão isto é definido pelo parâmetro
121 %npertub, sendo estes inseridos em função da média e desvio padrão do
122 %grupo inteiro.
123 diversidade = zeros(n,1);
124
125 disp('Fase Global')
]for k = 1:ceil(nglobal*nmax)
126     indicespertub = torneioinverso(cresceram,npertub,tamanhotorneio);
127     %Seleciona os membros que serão substituídos, através de um torneio
128     %inverso, onde busca-se o perdedor para ser substituído
129     for t = 1:npertub
130         perturb = round(mean(cresceram(:,2:dim+1))) + ...
131             1. t*round(std(cresceram(:,2:dim+1)).*(rand(1,dim)-0.5));
132         perturb = max(perturb,linf);
133         perturb = min(perturb,lsup);
134         cresceram(indicespertub(t,1),2:dim+1) = perturb;
135     end
136     %% Processo de geração do grupo de otimização
137     cresceram = filhotes(cresceram,n,ng,lsup,linf,alfa,fobj);
138     cresceram = sortrows(cresceram,1);
139     dadositeration(k,:) = cresceram(1,:);
140     %Aqui se utiliza o grupo de otimização da iteração anterior, já
141     %saindo com o próximo grupo e a avaliação da função objetivo em
142     %cada um desses indivíduos. Vale ressaltar que o ponto ótimo obtido
143     %até o momento nunca se perde, pois a participação dele no próximo
144     %grupo de otimização depende apenas da sua avaliação da função
145     %objetivo e este nunca será substituído pelo torneio inverso, pois
146     %possui rank 1
147
148     %O dado do ponto ótimo até o momento é transferido para a matriz
149     %dadositeration, que contém todos os dados de cada iteração
150     %% Variação da aleatoriedade
151     %Aqui varia-se a aleatoriedade. O decaimento é definido pelas retas
152     %inicializadas anteriormente. Obtem-se um valor de ordenada entre 0
153     %e 1 para a matriz matrizusada, de acordo com o máximo da ordenada
154     %indicada por cada reta, em função da abscissa número de iterações.
155     %Este valor representa a porcentagem a porcentagem da aleatoriedade
156     %inicial que será utilizada na próxima iteração.
157     %Soma-se a isso o alfamin, a fim de se garantir que nunca se tenha
158     %aleatoriedade zero, o que paralisaria o algoritmo.
159     matrizusada = zeros(numeroderetas(1,1),1);
160     for l = 1:numeroderetas(1,1)
161         matrizusada(l,1) = ...
162             max(matrizaleatoriedade(l,1)+matrizaleatoriedade(l,2)*k);
163     end
164     alfa = (alfa0*max(matrizusada)+alfamin)*(lsup-linf);
165     disp(dadositeration(k,1));
166     disp(alfa(1,1));
167 end
168 %% Processo de otimização local
169 %Assemelha-se ao processo global, a principal diferença é que neste
170 %processo não diferenciam-se os indivíduos por família, para formar o
171 %próximo grupo de otimização. Neste caso avaliam-se todos os indivíduos
172 %igualmente, passando para o próximo grupo os indivíduos melhor
173 %rankiados, independente da família ao qual pertencem
174 disp('Fase Local')
175 for k = 1:ceil(nmax*nlocal)
176     indicespertub = torneioinverso(cresceram,npertub,tamanhotorneio);
177     for t = 1:npertub
178         perturb = round(mean(cresceram(:,2:dim+1))) + ...
179             t*round(std(cresceram(:,2:dim+1)).*(rand(1,dim)-0.5));
180         perturb = max(perturb,linf);
181         perturb = min(perturb,lsup);
182         cresceram(indicespertub(t,1),2:dim+1) = perturb;
183         cresceram(indicespertub(t,1),1) = ...

```

```

                                fobj(cresceram(indicespertub(t,1),2:dim+1));
183     end
184     %Processo de inserção de indivíduos idêntico ao processo que consta na
    etapa global
185     bancodedados = filhoteslocais(cresceram,n,ng,lsup,linf,alfa,fobj);
186     %Esta função entra com o grupo de otimização desta iteração e
187     %retorna todos os indivíduos gerados e geradores, além de suas
188     %avaliações da função objetivo
189     %% Variação da aleatoriedade
190     %Varia de maneira semelhante à variação da etapa anterior. Difere
191     %por se tratar de apenas uma reta de decaimento para a
192     %aleatoriedade
193     alfa = ((nlocal*nmax-k)/(nlocal*nmax)) *
    alfamin+residuominimo*alfamin)*(lsup-linf);
194     %Residuominimo garante que a aleatoriedade não zere e também
195     %possibilita trabalhar com mínimos de aleatoriedade diferentes para
196     %a etapa global e local, bastando introduzir este parâmetro com
197     %valor diferente de 1
198     bancodedados = sortrows(bancodedados,1);
199     %Contém todos os dados de avaliação da função objetivo e
200     %coordenadas de cada indivíduo desta iteração
201     dadositeration(round(nglobal*nmax)+k,:) = bancodedados(1,:);
202     %O melhor indivíduo da iteração é anexado à matriz dadositeration
203     cresceram = zeros(ng*n,dim+1);
204     indices = (1:n*ng)';
205     indicestorneio = torneio(bancodedados(:,1),n*(1-
    elite)*ng,tamanhotorneio);
206     indicestorneio = sort(indicestorneio);
207     indices(elite*ng*n+1:n*ng) = indicestorneio(:,1);
208     for i = 1:n*ng
209         local = indices(i);
210         cresceram(i,:) = bancodedados(local,:);
211     end
212     %Monta-se o novo grupo de otimização, através dos membros
213     %elitizados (garantidos pelo seu rank) e daqueles vencedores do
214     %torneio
215     disp(alfa(1,1));
216     disp(dadositeration(round(100*(nglobal*nmax))/100+k));
217     end
218     coordenadas = zeros(1,dim);
219     coordenadas(1,:) = dadositeration(nmax,2:dim+1);
220     %Coordenadas do ponto ótimo obtido ao fim do processo de otimização
221     minimo = fobj(coordenadas);
222     %Ponto ótimo obtido ao fim do processo de otimização
223     end
224     end

```

## B.2 CHAMADA DA FUNÇÃO OBJETIVO

```

1      % lb is the lower bound: lb=[lb_1,lb_2,...,lb_d]
2      % up is the upper bound: ub= [ub_1,ub_2,...,ub_d]
3      % dim is the number of variables (dimension of the problem)
4      function [lb,ub,fobj,dim] = fobjjs (F)
5
6      switch F
7          %% FCK <= 50MPa
8      case 'F1'
9          fobj = @F1;
10         lb = [0.001 0.001];
11         ub = [21 21];
12         dim = 2;
13     end
14 end

```

### B.3 CRIAÇÃO DAS FAMÍLIAS - GLOBAL

```

1  function [ cresceram ]=filhotes(cresceram,n,ng,lsup,linf,alfa,fobj,v)
2  %% Family generation code: GLOBAL phase %%
3  % It receives the current search group and returns their families
4  d = length(lsup);
5  indices = v;
6
6  for i = 1:ng*n
7      tamanho = indices(i,1);
8      ajuda = zeros(tamanho+1,d+1);
9      x = zeros(tamanho+1,d);
10     x(1,:) = cresceram(i,2:d+1);
11     ajuda(1,:) = cresceram(i,:);
12     for j = 1:tamanho
13         x(j+1,:) = x(1,:) + alfa.*(rand(1,d)-0.5);
14     for l = 1:d
15         if x(1+j,l) < linf(1,l)
16             x(1+j,l) = linf(1,l);
17         else
18             if x (1+j, l) > lsup (1,l)
19                 x (1+j, l) = lsup (1, l)
20             end
21         end
22     end
23     ajuda(1+j,2:d+1) = x(j+1,:);
24     ajuda(1+j,1) = fobj(x(1+j,:));
25     end
26     ajuda = sortrows(ajuda,1);
27     cresceram(i,:) = ajuda(1,:);
28     end
29     end

```

## B.4 CRIAÇÃO DAS FAMÍLIAS - LOCAL

```

1      function[bancodedados]=filhoteslocais(cresceram,n,ng,lsup,linf,alfa,fobj,
v)
2      %% Family generation code: local phase %%
3      % It receives the current search group and returns their families
4      d = length(lsup);
5      bancodedados = zeros(n,d+1);
6      contador = 0;
7      ajuda = zeros(n,1);
8      indices = v;
9
10     for i = 1:ng*n
11         tamanho = indices(i,1);
12         x = zeros(n,d);
13         x(contador+1,:) = cresceram(i,2:d+1);
14         bancodedados(contador+1,:) = cresceram(i,:);
15         for j = 1:tamanho
16             x(contador+1+j,:) = x(contador+1,:) + alfa.*(rand(1,d)-0.5);
17             for l = 1:d
18                 if x(contador+1+j,l) < linf(1,1);
19                     x(contador+1+j,l) = linf(1,1);
20                 else
21                     if x(contador+1+j,l) > lsup(1,1)
22                         x(contador+1+j,l) = lsup(1,1);
23                     end
24                 end
25             end
26             ajuda(contador+1+j,1) = fobj(x(contador+1+j,:));
27             bancodedados(contador+1+j,1) = ajuda(contador+1+j,1);
28             bancodedados(contador+1+j,2:d+1) = x(contador+1+j,:);
29         end
30         contador = contador+tamanho+1;
31     end
32     if contador < n
33         termo = n-contador;
34         for l = 1:termo
35             bancodedados(contador+1,2:d+1)
36             bancodedados(contador,2:d+1)+ ...
37             alfa.*(rand(1,d)-0.5);
38             bancodedados(contador,1) = fobj(bancodedados(contador,:));
39         end
40     end
41 end

```



## B.5 TORNEIO

```
1      function [ d ] = torneio( matriz,vencedores,tamanhotorneio )
2      %% Tournament code
3      [a,b] = size(matriz);
4      d = zeros(vencedores,1);
5      c = zeros(tamanhotorneio,1);
6      i = 1;
7      while i < vencedores+1
8      for j = 1:tamanhotorneio
9          c(j)=ceil(a*rand(1));
10         end
11         e = min(c);
12         verification = ismember(d,e);
13         if sum(verification)==0
14             d(i,1) = e;
15             i = i+1;
16         else
17             end
18         end
19     end
```

## B.6 TORNEIO INVERSO

```

1  function [ d ] = torneioinverso( matriz,perdedores,tamanhotorneio )
2  %% "Inverse" Tournament code
3  % It is called here inverse because the "winners" are the worst designs
4  [a,b] = size(matriz);
5  d = zeros(perdedores,1);
6  c = zeros(tamanhotorneio,1);
7  i = 1;
8  while i < perdedores+1
9      for j = 1:tamanhotorneio
10         c(j)=ceil(a*rand(1));
11     end
12     e = max(c);
13     verification = ismember(d,e);
14     if sum(verification)==0
15         d(i,1) = e;
16         i = i+1;
17     else
18     end
19     end
20     end

```